الوحدة الرابعة
حساب المثلثات

المجموعه الاولى

اكمـــل ما ياتى :

(١) جا^{٢} ٣٠° + جتا^{٢} ٣٠° = ...

(٢) اذا كان جا هـ = ٠,٦ فان ق(∠ هـ) = ... °

(٣) اذا كان ظاهـ = ظا ٣٠° ظا ٦٠° حيث هـ زاوية حاده فان: جا س = ...

(٤) اذا كان: ظا (س+١٥°) = ١ حيث (س+١٥°) زاويه حاده فان جا س=....

(٥) اذا كان س جا^{٢} ٣٠° = ٢ ظا^{٢} ٤٥° فان : س = ... °

(٦) اذا كان : جتا ٣ س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث ٣س زاويه حاده فان س = ... °

(٧) جا ٣٠° + جتا ٦٠° ـ ظا ٤٥° = ...

(٨) ظا ٥٤° = ... (لاقرب رقمين عشريين)

(٩) اذا كانت : (∠ أ) زاويه حاده حيث جا أ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

فان : جتا أ = ...

(١٠) اذا كانت : هـ = ٦٠° فان المقدار: ٢جتا هـ + جا^{٢} هـ ـ ظا^{٢} هـ = ...

(١١) ظا ٣٠° × ظا ٦٠° = ...

(١٢) حا ٣٥° = جتا ....

(١٣) جا ٦٠° × جتا ٣٠° = ...

(١٤) اذا كان ظا ($\frac{١}{٢}$ س) = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ فان س تساوى ......

(١٥) اذا كان : جتا (٣ س) = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ فان س تساوى ......

اختر الاجابه الصحيحه من بين القوسين

(١) اذا كان جا (س + ١٥°) = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ فان ظا س = ...

[$\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، ١]

(٢) جتا ٤٥° = جا ....°

[١٥° ، ٤٥° ، ٦٠° ، ٩٠°]

(٣) جا ٦٠° + جتا ٣٠° _ ظا ٦٠° = ...

[١ ، $\sqrt{3}$ ، صفر ، $\frac{1}{\sqrt{3}}$]

(٤) جا٢ ٦٠° _ جتا٢ ٦٠° = ...

[صفر ، $\frac{1}{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، ١]

(٥) ٢جا ٣٠° جتا ٣٠° = ...

[جا ٦٠° ، جتا ٦٠° ، ظا ٦٠° ، ٢جا ٦٠°]

(٦) اذا كان ظا س = ١ فان : جا س = ...

[١ ، $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ، $\frac{1}{2}$ ، ٢]

(٧) جا ٧٠° = جتا ....

[٧٠° ، ٩٠° ، ٢٠° ، ١٠°]

(٨) ظا ٦٠° × ظا ٣٠° = ...

[$\sqrt{3}$ ، $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ، ١ ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$]

(٩) اذا كان ظا س = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ فان ظا ٢س = ...

[$\frac{2}{\sqrt{3}}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\frac{1}{\sqrt{6}}$ ، ١]

(١٠) لاي زاوية ٯ حادة فان: ظا ٯ يساوى..................

[جا ٯ ، جا ٯ جتا ٯ ، $\frac{\text{جتا ٯ}}{\text{جا ٯ}}$ ، $\frac{\text{جا ٯ}}{\text{جتا ٯ}}$]

المجموعه الثانيه

اثبت صحة مایاتی بدون استخدام الحاسبه :

(١) جتا^٢ ٦٠° = ٥ × جا^٢ ٣٠° ــ ظا^٢ ٤٥°

(٢) جتا ٦٠° = ٢ جتا^٢ ٣٠° ــ ١

(٣) ظا ٦٠° = $\sqrt{٣}$

(٤) جا ٦٠° = ٢ جا ٣٠° جتا ٣٠°

(٥) جتا^٢ ٦٠° = جتا^٢ ٣٠° جا^٢ ٣٠°

(٦) جتا^٢ ٣٠° ظا^٢ ٣٠° ظا ٤٥° = $\frac{١}{٤}$

(٧) ظا^٢ ٣٠° ظا^٢ ٤٥ ظا^٢ ٦٠° = ٤ جا ٣٠° جتا ٦٠°

(٨) جا ٦٠° جتا ٣٠° ــ جتا ٦٠° جا ٣٠° = جا^٢ ٤٥°

(٩) ظا^٢ ٦٠° ــ ظا^٢ ٣٠° = $\frac{٨}{٣}$

(١٠) جا^٣ ٣٠° = ٩ جتا^٣ ٦٠° ــ ظا^٢ ٤٥°

المجموعه الثالثه :

(أ) بدون الاله الحاسبه اوجد قيمة :

(١) جا ٣٠° جتا ٦٠° + ظا ٦٠° جتا ٣٠° ـ جا^٢ ٦٠°

(٢) جا ٤٥° جتا ٤٥° + جا ٣٠° جا ٦٠° ــ جتا ٣٠°

(٣) جا ٦٠° جتا ٣٠° + جتا ٦٠° جا ٣٠°

(ب) اذا كانت س زاويه حاده اوجد قيمة س فى الحالات الاتيه :

(١) ٢ جا س = جا ٣٠° جتا ٦٠° + جتا ٣٠° جا ٦٠°

(٢) ظا (س + ١٠°) = $\sqrt{٣}$

(٣) جتاس = ٠,١٢٥

(٤) س حتا^{٢} ٤٥° = طا^{٢} ٦٠°

(٥) طا س = ٤حا ٣٠° حتا ٦٠° حيث س زاوية حادة

(٦) اذا كان ظا ٣ س = ١ اوجد قيمة س حيث ٠° < س < ٩٠°

المجموعه الرابعه

(١) س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص ، س ص = ٤ سم ، س ع = ٥ سم
اوجد قيمة كلا من :(١) ظا س × ظا ص (٢) جا^{٢} س + جا^{٢} ع

(٢) ﻡ ب ﺟ مثلث قائم الزاوية فى ب حيث ﻡ ب = ٥ سم ، ب ﺟ = ١٢ سم
اوجد ١ـ جميع الدوال المثلثية لزاوية ﻡ
٢ـ اثبت ان جا^{٢} ﻡ + جتا^{٢} ﻡ = ١

(٣) س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص فيه س ص = ٥ سم ، س ع = ١٣ سم
اوجد قيمة : (ا) ظاس + ظا ع (ب) جتا س جتا ع – جا س جا ع
(ج) جا س جتا ع + جتا س جا ع

(٤) سلم طوله ٧ مترا يستند بطرفه العلوى على حائط راسى وبطرفه السفلى على ارض افقية فاذا كان الطرف السفلى يبعد عن الحائط ٥ امتار اوجد قياس الزاوية التى يصنعها السلم مع الارض ٠

(٥) ﻡ ب ﺟ د شبه منحرف فيه : ﻡ ء // $\overline{\text{ب ﺟ}}$, ق (∠ ب) = ٩٠° ،
فاذا كان ﻡ ب = ٣ سم ، ﻡ ء = ٦ سم , ب ﺟ = ١٠ سم
أحسب قيمة : جتا (∠ ء ﺟ ب) ـ ظا (∠ ء ﺟ ب)

(٦) ﻡب ﺟ مثلث متساوى الساقين فيه ﻡب = ﻡﺟ = ٥ سم ، ب ﺟ = ٨ سم
اوجد جميع الدوال المثلثية الاساسية لزاوية ﺟ .

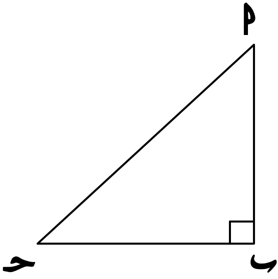
(٧) ا ب حـ ء شبه منحرف متساوى الساقين فيه $\overline{ا ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ا ء = ٤ سم

، ا ب = ٥ سم ب حـ = ١٢ سم اثبت ان $\frac{\text{٥ ظا ب جتا حـ}}{\text{جا}^2\text{ حـ + جتا}^2\text{ ب}} = ٣$

(٨) في الشكل المقابل ا ب = ٥ سم، ا حـ = ١٣ سم

، ق (∠ ا ب حـ) = ٩٠°

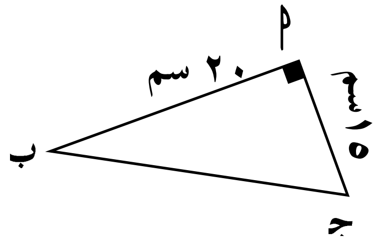
اوجد قيمة : جا حـ ، جتا حـ ، ظا جـ ، ق (∠ حـ) بالدرجات



(٩) فى الشكل المقابل : المثلث ا ب جـ :

فيه ق (∠ ا) = ٩٠°، ا حـ = ١٥ سم، ا ب= ٢٠ سم

اوجد قيمة المقدار: حتا حـ حتا ب ـ حتا حـ حا ب



(١٠) سلم يستند بطرفه العلوى على حائط راسى ارتفاعه ٧ م وبطرفه السفلى على ارض افقية فاذا كان السلم يصنع مع الافقى زاوية قياسها ٣٥° اوجد طول السلم

(١١) اذا كان : حا هـ = حا ٦٠° حتا ٣٠° ـ حتا ٦٠° حا ٣٠°

فاوجد ق (∠ هـ) بدون استخدام الحاسبة) حيث هـ زاوية حادة

الوحدة الخامسة
الهندسة التحليلية

السؤال الاول : اكمــل ما يـاتى :

(١) اذا كان $م_١$ ، $م_٢$ ميلى مستقيمين وكان $م_١$ = $م_٢$ كان المستقيمان ....

(٢)اذا كان $م_١$ ، $م_٢$ ميلى مستقيمين متعامدين فان $م_١ \times م_٢$ = ...

(٣) منتصف ٮ‍ ب حيث ٮ‍ (٣، ٥) ، ب (٧، ٣) نقطتان فى مستوى احداثى متعامد هو النقطة ....

(٤) اذا كان المستقيم ص = ٢ س + ٣ يوازى المستقيم ص = م س +٤ فان م = ...

(٥) المستقيم ص = ٣س +٤ يقطع من الاتجاه الموجب لمحور الصادات جزءا طوله .... وحدات

(٦) البعد بين النقطتين (٤، ٠) ، (١، ٤) هو .... وحدة طول

(٧) ميل المستقيم العمودى على المستقيم ٣ س +٤ ص = ٧ هو ....

(٨) قياس الزاوية بين المستقيمين الذين ميلاهما ٢ ، $\frac{-١}{٢}$ تساوى..........°

(٩) المستقيم ص = ٣ س +هـ يمر بنقطة الاصل فان هـ = ...

(١٠) اذا كان المستقيم ٢ س +٣ ص = ٥ يمر بالنقطة (ٮ‍ ، ٢) فان ٮ‍ = ...

(١١) معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، ٤) ويوازى محور السينات هى ....

(١٢) اذا كان ميل ٮ‍ ب = $\frac{١}{٢}$ حيث ٮ‍ (٣، ١) ، ب (١، ص) فان ص = ...

(١٣) معادلة المستقيم الذى ميله $\frac{٢}{٣}$ ويقطع من محور الصادات جزءا قدره ٤ وحدات

هى ...

(١٤) النقطة م (٢،٣) منتصف $\overline{ab}$ ، طرفاها ٢ (٧، ٥) ، ب(-١، ص)

فان ص = ...

(١٥) حاصل ضرب ميلى قطرى المعين = ...

(١٦) ٢ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فيه ٢ (٤ ، ١) ، ب (- ٢، - ١)

فان ميل $\overline{بحـ}$ يساوى ....

(١٧) المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٠) ، (٠ ، ٤) عمودى على المستقيم الذى

يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فان ٢ = ...

(١٨) مساحة المثلث المحدد بالمستقيمات س = ٠ ، ص = ٠ ، ٢ س + ٣ ص = ٦

تساوى ....

(١٩) منتصف $\overline{٢ب}$ حيث ٢ (٦ ، ١) ، ب (- ٢ ، ٣) هو النقطة ٠٠٠

(٢٠) ميل المستقيم الذى معادلته ٢ ص = ٦ س + ١ هو ٠٠٠٠

(٢١) اذا كانت ٢ = (١ ، ٢) ، ب = (٤ ، ٦) فان البعد بين ٢ ، ب = ...

(٢٢) اذا كانت ٢ = (س ، -١) ، ب = (٢ ، ٣) وكان طول ا ب = ٥ فان س =...

(٢٣) اذا كانت ا = (١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ٦) فان منتصف ا ب = ...

(٢٤) اذا كانت ٢ = (س ، ٣) ، ب = (-١ ، ص) ، جـ = (١ ، ٥)

وكانت جـ منتصف ‾أ ب فان س =........ ، ص = ...

(٢٥) ميل المستقيم المار بالنقطتين(١ ، ٢) ، (٤ ، ٧) = ...

(٢٦) اذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٢) ، (٣ ، ك) يساوى ٢ فان ك= ..

(٢٧) ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = ...

(٢٨) ميل المستقيم الموازى لمحور الصادات = ...

(٢٩) ميل المستقيم ٣ص = ٢س – ٥ يساوى ....

(٣٠) ميل المستقيم ص = ٥ يساوى .....، ميل المستقيم س = ٣ يساوى........

(٣١) معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويوازى محور السينات هى ....

(٣٢) الزاوية بين المستقيمين س = ٣ ، س = ٥ تساوى ....

(٣٣) الزاوية بين المستقيمين ص = ٢ ، س = ٤ تساوى ....

(٣٤) حاصل ضرب ميلى المستقيمين المتعامدين=.................

(٣٥) اذا كان المستقيمان أ س – ٦ ص +٥ = ٠ والمستقيم المار بالنقطتين

(٠ ،١) ، (٣ ، ٣) متعامدان فان أ =.....................

(٣٦) معادلة المستقيم الذى ميله = ٣ ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، -٤)

هى ....

(٣٧) المستقيم ٢س +٣ ص =١٢ يقطع من محور الصادات جزء طولة ....

(٣٨) الزاوية بين المستقيمين س – ١ = ٠ ، ص +٣ = ٠ تساوى ....

السؤال الثانى :اختر الاجابة الصحيحة من بين الاقواس :

(١) اذا كان المستقيم ص = ٲ س + جـ يوازى المستقيم المار بالنقطتين (٧، ٥) ، (٣، ٢) فان ٲ = ...

[٣/٥ ، ٣/٤ ، ٢/٧ ، ٢/٥]

(٢) معادلة المستقيم المار بنقطة الاصل وميله ٣ هى .....

[ص = -٣س ، ص = ٣س ، س = ٣ص ، س = -٣ص]

(٣)المستقيم ٢ ص = س+٤ يقطع من محور الصادات جزء طوله = ...وحدة

[٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨]

(٤) ميل المستقيم الموازى لمحور السينات يساوى ....

[صفر ، غير معرف ، ١ ، -١]

(٥) اى المستقيمات التى تمر بازواج النقط التالية يوازى محور السينات ....

[(٣، ١) ، (-٣، -٢) ، (٣، -٢) ، (-٣، ٢) ، (-٣، ٢) ، (-٣، -٢) ، (-٣، ٢) ، (٣، ٢)]

اسئلة المقال :

١- بين نوع المثلث الذى رؤوسه ٲ(٠، ٥)، ب(٣ ، ٠) ، حـ (-٣ ، -٢)

٢- اذا كان المثلث الذى رؤوسه ٲ (٣ ، -١) ، ب (س ، ٣) ، جـ (٥ ، ٣) قائم الزاوية فى ٲ ، فاوجد قيمة س .

٣- شكل سداسى منتظم محيطه ٣٦ سم اوجد مساحته ؟

٤- معين طول ضلعه ٦ سم فاذا كان قياس اصغر زاوية فيه ٦٠° اوجد طولا قطريه ؟

٥- اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤ ، -٣) ويوازى المستقيم س + ص= ٧

٦- اثبت ان النقط ا (١ ، ٤) ، ب (٤ ، ٩) ، جـ (-١ ، ١٢) ، ء (-٤ ، ٧)
هى رؤوس مربع واوجد مساحته

٧- اثبت ان النقط م (- ٢ ، ٤) ، ب (٥ ، - ٣) ، حـ (٧ ، ١) ليست على استقامة واحدة , اذا كانت د (٠ ، ٨) فاثبت ان ا ب حـ د متوازى اضلاع .

٨- اثبت ان النقط م (-٥ ، -٢) ، ب (-٢ ، -٦) ، حـ (١ ، -٢) ، د(-٢ ، ٢)
هى رؤوس معين

٩- اثبت ان النقط الاتيه م (١ ، ٤)، ب(٣ ، -٢)، جـ (-٣ ، ١٦) على استقامة واحدة

١٠- اثبت ان المثلث م ب جـ الذى فيه م = (٤ ، ٥) ، ب = (٣، ٢) ،
جـ = (-٣ ، ٤) قائم الزاوية واوجد مساحته

١١- اذا كانت النقطة م = (س ، ١) على بعدين متساويين من النقطتين
ب=(٤ ، ٢) ، جـ = (٣ ، ٣) احسب قيمة س

١٢- اثبت ان المثلث م ب جـ الذى فى م = (٥ ، ٤) ، ب = (٣، ٢) ،
جـ = (١ ، ٣) منفرج الزاوية

١٣- اثبت ان المثلث م ب جـ الذى فيه م = (٤ ، ٥) ، ب = (٦، ٢) ،
جـ = (٣ ، ٣) حاد الزاوية

١٤- اثبت ان النقط م = (-٢ ، -٢) ، ب = (٠ ، ٢) ، جـ = (١ ، ٤) تقع على استقامة واحدة

١٥- اذا كانت م = (١ ، ٢) ، ب = (-٣ ، ٥) ، جـ = (-٢ ، ٧) ، ء = (٢ ، ٤)
اثبت ان الشكل م ب جـ ء متوازى اضلاع

١٦- اثبت ان الشكل م ب جـ ء الذى رؤوسه النقط م (-٣ ، -٢) ، ب(٥ ، ٢)
، جـ = (٣ ، ٦) ، ء = (-١ ، ٤) هى رؤوس شبه منحرف

١٧- اثبت ان النقط ﾑ (٠ ، ٥) ، ب (٢ ، ٣) ، جـ (-٢ ، -١) تقع على محيط دائرة واحدة مركزها م حيث م= (-١ ، ٢) واوجد محيطها ومساحتها

١٨- اذا كانت ﾑ (س ، ١) ، ب(-٣ ، ص) وكانت جـ (١ ، ٢) هى منتصف ﾑ ب اوجد قيمتى س ، ص

١٩- اذا كانت ﾑ (٣ ، -١) ، ب(-٥ ، ٢) ، جـ (-٢ ، ٤) ، رؤوس متوازى الاضلاع ﾑ ب جـ ء اوجد احداثيات الراس ء

٢٠- اوجد مركز الدائرة التى ﾑ ب قطر فيها ﾑ (١ ، ٢) ، ب(-٥ ، ٤)

٢١- ﾑ ب جـ ء متوازى اضلاع فيه ﾑ (٤ ، ١) ، جـ (-٢ ، ٧) اوجد احداثيات نقطة تقاطع قطريه

٢٢- اذا كانت ﾑ (٥ ، ٣) ، ب (-١ ، ص) ، جـ (س ، ١) ، ء (١ ، ٣) رؤوس متوازى الاضلاع ﾑ ب جـ ء اوجد قيمتى س ، ص

٢٣- اذا كانت النقط ﾑ = (٤ ، ١) ، ب = (-٢ ، ٧) ، جـ = (٣ ، ص) تنتمى لمستقيم واحد ، اوجد ميل المستقيم ثم اوجد قيمة ص .

٢٤- اذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، -٢) ، (٥ ، ص) يساوى ٣ اوجد قيمة ص

٢٥- اذا كان ميل المستقيم ٣ص = (ﾑ – ١) س +٥ يساوى ٢ فما قيمة ﾑ

٢٦- اوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات فى كلا من المستقيمات الاتية

١) ص = ٥ – ٦ س
٢) ٣ص = ٤س +٥
٣) ٣ص – ٢س = ٦
٤) ص – ٤س +٣ = ٠

٢٧- اذا كان المستقيمان ﾑ س – ٦ ص +٥ = ٠ والمستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ١) ، (٣ ، ٣) متوازيان اوجد قيمة ﾑ

٢٨- اذا كان المستقيم الذى معادلته ٦س – ٤ص +١ = ٠ يوازى المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٣) ، (١ ، ص) اوجد قيمة ص

٢٩- اذا كان المستقيمان ك س – ٤ص +١ = ٠ يوازى المستقيم الذى معادلته ٥س - ٢ ص + ٣ = ٠ اوجد قيمة ك

٣٠- اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-١ ، ٢) ويوازى المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ١)، (٥ ، ٤)

٣١- اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) ويوازى المستقيم الذى ميله = $\frac{٣}{٤}$

٣٢- اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، -٣) ويوازى المستقيم الذى معادلته ٤ص – ٥س +١ = ٠

٣٣- اوجد معادلة المستقيم الذى يقطع ثلاث وحدات من الجزء الموجب لمحور الصادات ويوازى المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٢) ، (٣ ، ٥)

٣٤- اذا كان المستقيم م س +٣ص -٧=٠ يوازى المستقيم المار بالنقطتين (٢، ٣) ، (-١ ، ٤) اوجد قيمة م

٣٥- اذا كان المستقيمان ٢س + ص +١ = ٠ ، س – أ ص +١ = ٠ متوازيان اوجد قيمة م

٣٦- اذا كان المستقيمان ك س – ٢ ص +١ = ٠ ، ٨ س – ك ص +٣ = ٠ متوازيان اوجد قيمة ك

٣٧- اذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (س، ٥) يوازى محور الصادات اوجد قيمة س

٣٨- اذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٥، ص) يوازى محور السينات اوجد قيمة ص

٣٩- اذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (-١ ، ٥) يوازى المستقيم المار بالنقطتين(٣ ، ٥) ، (س ، ص) اوجد العلاقة بين س ، ص

٤٠-اثبت ان المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٥) ، (-٣ ، ١) عمودى على المستقيم الذى معادلته ٥ س +٤ص +٧ = ٠

٤١- اذا كان المستقيمان ﻡ س – ٦ ص +٥ = ٠ والمستقيم المار بالنقطتين (٠ ،١) ، (٣ ، ٣) متعامدان اوجد قيمة ﻡ

٤٢- اذا كان المستقيم الذى معادلته ٤س + ٦ص +١ = ٠ عمودى على المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٣) ، (١ ، ص) اوجد قيمة ص

٤٣- اذا كان المستقيمان ك س – ٤ص +١ = ٠ عمودى على المستقيم الذى معادلته ٥س - ٢ ص + ٣ = ٠ اوجد قيمة ك

٤٤- اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-١ ، ٢) وعمودى على المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ١)، (٥ ، ٤)

٤٥- اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، -٣) وعمودى على المستقيم الذى معادلته ٤ص – ٥س +١ = ٠

٤٦- اثبت ان الشكل الذى رؤوسه النقط ﻡ (٥ ، ١) ، ب(-١ ، -٣) ، جـ (-٣ ، ٠) ، ء (٣، ٤) مستطيل

٤٧- اذا كانت النقط ا(١ ، ٣) ، ب(٣ ، ٢) ، جـ (٠ ، ك) هى رؤوس مثلث قائم الزاوية فى ب اوجد قيمة ك

تمارين على الوحدة الخامسة

السؤال الأول : أكمل

١)إذا كان المستقيمان متوازيان فإن $م_١ - م_٢$ = ...

٢)منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين (٥ ، ٢) ، (-١ ، -٤)
هى ....

٣)إذا كانت م (٣ ، -١) منتصف $\overline{أ ب}$ حيث أ(٤ ، ص) ، ب (٢ ، -٥)
فإن ص =............

٤)إذا كان المستقيم $ل_١$ الذى معادلته ٣ص- ٢س =٧ عمودي على $ل_٢$
فإن ميل $ل_٢$ =................

٥)بعد النقطة (٢ ، -٣) عن محور السينات = ...وحدة طول .

٦)بعد النقطة (٢ ، -٣) عن محور الصادات = ... وحدة طول .

٧)البعد بين النقطتين (٦ ، ٠) ، (٠ ، ٨) =..................وحدة طول .

٨)معادلة المستقيم الذى يمثل محور الصادات هى ....

٩)معادلة المستقيم الذى يوازى محور الصادات ويمر بالنقطة (٣، ٥) هى ....

١٠) معادلة المستقيم الذى يوازى محور السينات ويمر بالنقطة (٣ ، ٥) هى ....

١١) أ ب جـ ء مستطيل فيه أ(٢ ، - ٣) ، ب (١ ، -٥) فإن ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ هو..........

١٢) المستقيم الذى معادلته ٣س +٥ص = ٤ يقطع محور السينات فى النقطة........

١٣) المستقيم ٢س + ب ص + ٣ = صفر ، يوازى المستقيم
٣ س – ص +٢ = صفر فإن ب = ...

١٤) طول نصف قطر الدائرة التى مركزها م (-١ ، ٢) ، أ (٢ ، ٦)
تقع على الدائرة يساوى ....

١٥) عدد محاور تماثل الشكل المقابل هو.....................

١٦) ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = ...

١٧)المستقيم الذى معادلته س = ٨ يوازى محور ....

١٨) إذا كان ﺃ ($س_١$ ، $ص_١$) ، ب ($س_٢$ ، $ص_٢$) فإن ﺃب = ...

١٩) إذا كان ١، $\frac{ﺃ}{٢}$ ميلا مستقيمين متعامدين فإن ﺃ =.............

٢٠) إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{جـ ء}$ يوازى محور الصادات حيث جـ (م ، ٤) ،
ء (-٥ ، ٧) فإن م = ...

<u>السؤال الثانى : اختر الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس</u>

١)إذا كان المستقيم ص = ك س +١ يوازى المستقيم ٢ص- س =٥ فإن ك =.......
[١ ، ٢ ، $\frac{١}{٢}$ ، -٢]

٢)إذا كان $م_١$ ، $م_٢$ ميلا مستقيمين متعامدين فإن
[$م_١$ = $م_٢$ ، $م_١$ × $م_٢$ = صفر ، $م_١$ = $\frac{١}{م_١}$ ، $م_٢$ = $\frac{-١}{م_١}$]

٣)إذا كان المستقيم الذى معادلته ص = (ك - ١) س + ٥ يوازى المستقيم المار بالنقطتين (١، ٢) ، (٣ ، ٨) فإن قيمة ك = ...
[٣ ، ٤ ، -٤ ، ٧]

٤)إذا كان جـ (٢، ١) منتصف $\overline{ﺃب}$ حيث ﺃ(-٤ ، - ١) فإن ب = ...
[(١٦ ، ٠) ، (٨ ، ٣) ، (-٢ ، ٠) ، (١ ، ٢)]

٥)المستقيم الذى معادلته ٤ص = ٣س + ٢٠ يقطع من الاتجاه الموجب لمحور الصادات جزءا طوله ....
[٣ ، ٤ ، ٥ ، ٢٠]

٦)ميل المستقيم الذى معادلته س- ٢ص + ٨ = صفر هو....
[$\frac{١}{٢}$ ، -$\frac{١}{٢}$ ، ٢ ، -٢]

٧)إذا كان ميلا مستقيمين $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٣}$ كان المستقيمان ....
[متوازيين ، متعامدين ، متقاطعين ، منطبقين]

٨)إذا كان المستقيم الذى معادلته ٧ص = ٢س + ٣ يوازى المستقيم المار
بالنقطتين أ(ل ، ٥) ، ب (٧، ٧) فإن : ل =...... [٧ ، ٢ ، ٣ ، ٠]

٩)المستقيم $\overleftrightarrow{جـ ء}$ // محور السينات حيث جـ (٤، ٢) ، ء (-٥ ، ص)
فإن ص = ... [صفر ، ٢ ، -٢ ، ٤]

١٠) إذا كان مضلع إحدى زواياه قياسها ١٠٠ ° ، أكبر زواياه قياسها ١١٥ °
فإن هذا المضلع يكون [مربع ، مثلث ، معين ، شبه منحرف]

١١) النقطة .... تقع على المستقيم $\overleftrightarrow{أ ب}$ حيث أ(-٣ ، ٢) ، ب (٣ ، -٢)
[(٣ ، ٢) ، (-٣ ، -٢) ، (٠ ،٠) ، (٢ ، ٣)]

١٢) إذا كان المستقيم الذى معادلته : س + ٢ص = ٥ عمودى على المستقيم
الذى معادلته : ك س – ٦ ص = ٤ فإن ك =......... [٢ ، -٢ ، ٣ ، -٣]

١٣) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٣ وحدات طول فأى من
النقط الآتية تنتمى للدائرة ؟ [(-١ ، ٢) ، ($\sqrt{٥}$ ، ٢) ، ($\sqrt{٣}$ ، ١) ، (٢ ، ١)]

السؤال الثالث :

١) إذا كان أ(٣ ، ٣) ، ب (٠ ، ٣) ، جـ (٠ ، ٠) ، ء(٣ ، ٠) إثبت أن
أ ب جـ ء مربع .

٢) إذا كان أ(٢ ، -٢) ، ب (٨ ، ٤) ، جـ (٥ ، ٧) أثبت أن :
أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب وأوجد مساحته .

٣) إذا كان البعد بين النقطتين (م ، ٧) ، (-٢ ، ٣) يساوى ٥ . أوجد قيمة م

٤) إذا كان البعد بين النقطتين (م ، ٧) ، (٣م -١ ، - ٥) يساوى ١٣ أوجد قيمة م

٥) إثبت أن النقاط ﻡ (١ ، ٤) ، ب (٣ ، -٢) ، جـ (-٣ ، ١٦)
تقع على إستقامة واحدة .

٦) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-١ ، ٤) وموازيا للمستقيم الذى معادلته
٢س – ٣ص = ٥ .

٧) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٢ ، ٣) وعمودى على المستقيم الذى
معادلته ٣ ص = ٢ س - ٥ .

٨) إذا كانت نقطة الأصل هى منتصف ﻡ ب حيث ﻡ (س-٢ ، ص) ، ب (-٢ ، ٢)
فأوجد (س ، ص).

٩) إذا كان ﻡ (-٤ ، ١) ، ب (-٢ ، ٣) ، فأوجد معادلة محور $\overleftrightarrow{\text{ﻡ ب}}$.

١٠) إذا كان ﻡ (١ ، -٢) ، ب (-٤ ، ٢) ، جـ (١ ، ٦) أثبت أن : ﻡب جـ
مثلث متساوى الساقين .

١١) أوجد قياس الزاوية الموجبة (هـ) التى يصنعها المستقيم ل مع الإتجاه الموجب
لمحور السينات إذا كان المستقيم(ل) يمر بالنقطتين (-٢ ، ٣) ، (-٣ ، ٤) .

١٢) إذا كان أ (١ ، ٧) ، ب (٢ ، ٤) ، جـ (٥ ، ص) تمثل رءوس مثلث قائم الزاوية في ب فأوجد قيمة ص .

١٣) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١ ، -١) ، (٢ ، ٢) .

١٤) إذا كان أ (١ ، -٦) ، ب (٩ ، ٢) أوجد إحداثيات النقط التي تقسم $\overline{أب}$ إلى أربعة أجزاء متساوية .

١٥) إذا كان أ (-٣ ، ٠) ، ب (٣ ، ٤) ، جـ (١ ، -٦) أثبت أن : المثلث متساوي الساقين عند رأسه أ ثم أوجد معادلة المتوسط $\overleftrightarrow{أء}$.

١٦) إذا كان أ (صفر ، ٥) ، ب (٣ ، ٢) ، جـ (صفر ، -١) ، ء(س ، ص) هي رءوس متوازي أضلاع في ترتيب دوري واحد أوجد إحداثي نقطة ء.

١٧) أ ب جـ ء معين حيث أ (١ ، ٣) ، جـ (٦ ، صفر) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين ب ، ء .

١٨) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ص) ، (٢ ، -٤) عمودي على المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع الإتجاه الموجب لمحور السينات فأوجد قيمة ص

أولا : إختر الإجابة الصحيحة

(١) س = جا٦٠° ظا ٤٥° فإن س^{٢} = ...
[١ ، $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٤}$]

(٢) ظا س = ١ حيث س زاوية حادة موجبة فإن س = ...
[٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٩٠]

(٣) س زاوية حادة موجبة ، ٢ جا س ـ ١ = ٠
فإن ق(∠س) = ... [٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٩٠]

(٤) جا ٣٠° = جتا..... [٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٩٠]

(٥) س , ص زاويتان متتامتان فإذا كانت جا س = $\frac{٣}{٥}$ فإن
جتا ص = ... [$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٥}{٣}$]

(٦) قيمة المقدار ٢ جا٦٠° جتا٦٠° = ...
[$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، ١ ، ٢ ، $\sqrt{٣}$]

(٧) جتا هـ ظا٣٠° = جتا^{٢} ٤٥° فإن ق(∠هـ) = ...
[٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٩٠]

(٨) قيمة المقدار ٢ جتا٣٠° ظا٦٠° = ...
[$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، ٢$\sqrt{٣}$ ، ٣ ، $\sqrt{٣}$]

(٩) △أ ب حـ فيه ق(∠ب) = ٩٠° فإن جا أ + جتا حـ = ...
[٢ جا أ ، ٢ جا حـ ، ٢جا ب ، جتا أ]

(١٠) جا(٢س+١٠)=$\frac{١}{٢}$ فإن س ..... [١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٦٠]

(١١) إذا كان: جا ب = جتا ب فإن ظا ب = ...
[$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، ١ ، $\sqrt{٣}$]

(١٢) △أ ب حـ قائم الزاوية فى أ فإن جتا ب : جا حـ = ...
[٥:٣ ، ٣:٤ ، ٤:٣ ، ١]

(١٣) البعد بين النقطة (٣،٢) ونقطة الأصل = ... وحدة طول
[$\sqrt{١٣}$ ، $\sqrt{١٠}$ ، $\sqrt{٧}$ ، ٧]

(١٤) البعد بين النقطتين (٠،٣) ، (ـ٤،٠) = ... وحدة طول
[ـ١ ، ٧ ، $\sqrt{١٢}$ ، ٥]

(١٥) بعد النقطة (٤ ، ـ٣) عن محور السينات = ... وحدة طول
[ـ٣ ، ٣ ، ٤ ، ٧]

(١٦) إذا كان أ ب حـ ء مستطيل ، أ(ـ١ ، ـ٤) ، حـ(٤،٥) فإن
طول ب ء = ... وحدة طول [٥ ، ٨ ، ٩ ، ١٠]

(١٧) طول قطر الدائرة التى مركزها (٤،٧) وتمر بالنقطة (١،٣)
يساوى ..... وحدة طول [٤ ، ٥ ، ٨ ، ١٠]

(١٨) البعد بين النقطتين (٤،٣) ، (ــ٣،ــ٤) = ... وحدة طول
[٥ ، ٧√٢ ، ٧ ، ١٠]

(١٩) المربع ٩ ب حـ ء ، ٩(٢ ، ــ٥) ، ب(ــ١،ــ١) فإن محيط المربع = ... وحدة طول [٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠]

(٢٠) مساحة دائرة مركزها (٨،٥) وتمر بالنقطة (٤،٢)
يساوى ..... وحدة مربعة [٥π ، ١٠π ، ٢٠π ، ٢٥π]

(٢١) إحداثى نقطة منتصف ٩ب حيث ٩(١،ــ٣) ، ب(ــ١،ــ٥) هى
.... [(١،١) ، (١،ــ١) ، (٠،ــ٤) ، (٢،ــ٢)]

(٢٢) ٩ب قطر دائرة حيث ٩(٥،٧)،ب(١،ــ١) فإن إحداثى مركزها
هو ..... [(٤،٢) ، (٢،٤) ، (٢،٣) ، (٣،٣)]

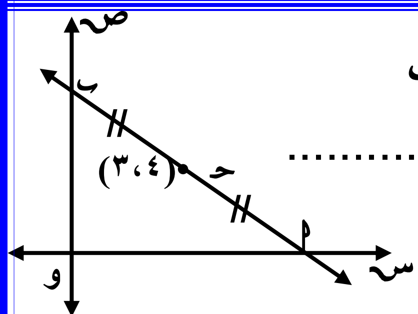
(٢٣) نقطة الأصل منتصف ٩ب حيث ٩(٥، ــ٢) فإن احداثى ب
هو ..... [(ــ٥،٢) ، (ــ٢،٥) ، (٢،ــ٥) ، (٠،٠)]

(٢٤) النقطة (٢،ــ١) منتصف القطعة المستقيمة التى طرفاها
(س،٢) ، (٨،ص) فإن س + ص = ...
[صفر ، ٤ ، ــ ٤ ، ــ٨]

(٢٥) ٩ ب حـ ء مربع حيث ٩(٣،٤)، حـ(٥،٦) فإن إحداثى نقطة
تقاطع قطريه ..... [(٨،١٠) ، (٤،٥) ، (٢،٢)، (١،١)]

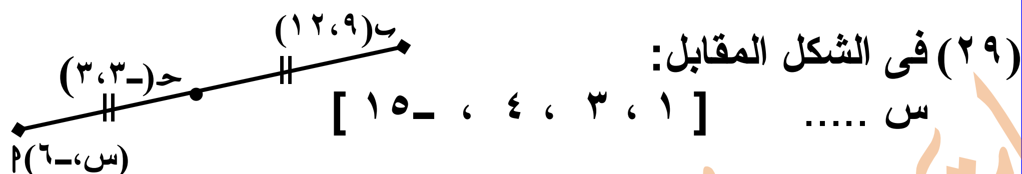
(٢٦) المستقيم الموازى لمحور السينات ..... [٠ ، ١ ، ــ١، ∞]

(٢٧) فى الشكل المقابل: حـ منتصف ٩ ب
حيث حـ(٤،٣) فإن مـ Δ ٩ و ب = ...
[٢٤ ، ١٢ ، ١٠ ، ٦]



(٢٨) نقطة (٠، ٤) منتصف ٩ ب حيث ٩(ــ١، ــ١) فإن احداثى ب
هو..... [(١،٩) ، (ــ٩،١) ، (١،ــ٩) ، (ــ١،ــ٩)]

(٢٩) فى الشكل المقابل:
س ..... [١ ، ٣ ، ٤ ، ــ١٥]



(٣٠) ميل المستقيم المار بالنقطتين (٢،٣)، (ــ٢،٣) هو .....
[صفر ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، غير معرف]

(٣١) ميل المستقيم الموازى للمستقيم المار بالنقطتين (٣،٢)،
(ــ١،٢) هو...... [ــ$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ــ٢ ، ٣]

(٣٢) إذا كان ٩ب // حـء وكان ميل ٩ب = $\frac{٣}{٤}$ فإن ميل حـء =.....
[$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{-٤}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٤}$]

(٣٣) Δ٩ ب حـ قائم الزاوية فى ب حيث ٩(١،٥)،ب(٠،١) فإن
.... [٥ ، ــ٥ ، $\frac{١}{٥}$ ، ــ$\frac{١}{٥}$]

(٣٤) ا ب حـ ء ▱ حيث ا (ـ١ ، ٤)، ب(٠،١) فإن ميل حـ ء = ...
[٣ ، ـ٣ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{-١}{٣}$]

(٣٥) ا ب حـ ء □ حيث ا (٥،٣)، حـ(٥،ـ١) فإن ميل ب ء = ...
[٣ ، ـ٣ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{-١}{٣}$]

(٣٦) إذا كان $م_١$ ، $م_٢$ ميلى مستقيمين متعامدين فإن ....
[$م_١$ = $م_٢$ ، $م_١$ + $م_٢$ = ـ١ ، $م_١$ $م_٢$ = ١ ، $م_١$ $م_٢$ = ـ١]

(٣٧) إذا كان $م_١$ ، $م_٢$ ميلى مستقيمين متوازيين فإن ....
[$م_١$ = $م_٢$ ، $م_١$ + $م_٢$ = ـ١ ، $م_١$ $م_٢$ = ١ ، $م_١$ $م_٢$ = ـ١]

(٣٨) المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٠)، (٠،٤) يصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها يساوى .....
[°٣٠ ، °٤٥ ، °٩٠ ، °١٣٥]

(٣٩) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ص)، (٤،٢) ميله ظا °٤٥ فتكون ص =.....
[١ ، ـ١ ، ٢ ، ٤]

(٤٠) المستقيمان: س + ص=٤ ، م س +٣ص=٠ متعامدين فإن م = ...
[٣ ، ـ٣ ، ١ ، ـ١]

(٤١) المستقيم الذى معادلته ٣ص =٢س ـ٦ يقطع من محور الصادات جزءاً طوله .....وحدة
[ـ٢ ، ٢ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$]

(٤٢) معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٤،٢) ويوازى محور السينات: .....
[س=٢ ، ص= ٢ ، ص=٤ ، س=٤]

(٤٣) البعد العمودى بين المستقيمين س ـ٢=٠ ، س = ٣ يساوى ....
[١ ، ٢ ، ٣ ، ٥]

(٤٤) المستقيم الذى معادلته ٣ص = ك س يوازى محور السينات فإن ك = ...
[صفر ، ١ ، ٢ ، ٣]

(٤٥) معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويقطع ٤ وحدات من محور الصادات الموجب هى ....
[ص= ٤س + ٢، س=٤ص+٢، ص=٢س+٤،س=٢ص+٤]

(٤٦) المستقيم ٣س ـ٣ص +١=٠ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها .....
[°٣٠ ، °٤٥ ، °٩٠ ، °١٣٥]

(٤٧) المستقيمان ص=٣س+١، ٢ص =٦س +٥ ....
[متوازيان ، متعامدان ، منطبقان ، متقاطعان]

(٤٨) مساحة المثلث المحدد بالمستقيمات ٣س ـ٤ص =١٢ ، س=٠ ، ص=٠ تساوى.....وحدة مربعة
[٣ ، ٦ ، ٨ ، ١٢]

(٤٩) المستقيم ص =٢س + ك يمر بالنقطة (٢،٢) فإن ك = ...
[٠ ، ـ٢ ، ٢ ، ٤]

(٥٠) ص = $\frac{٢}{٣}$ س ـ ٦ فإن طول الجزء المقطوع من محور الصادات هو ....
[٢ ، ٣ ، ٦ ، ـ٦]

ثانيا: الأسئلة المقالية

[١] أوجد القيمة العددية للمقدار: ظا^٢ ٦٠° ـ ظا^٢ ٤٥° ـ ٤جا ٣٠°

[٢] بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة:

جتا ٦٠° جا ٣٠° ـ جا ٦٠° ظا ٦٠° + جتا^٢ ٣٠°

[٣] بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة س حيث

س = جتا^٢ ٣٠° + جا^٢ ٣٠° + ظا^٢ ٦٠°

[٤] إذا كان: ٢ جا هـ = ٤ جتا ٦٠° ـ ظا ٤٥°

[٥] أثبت أن: جتا^٢ ٣٠° ـ جا^٢ ٣٠° = جتا ٦٠°

[٦] أثبت أن: ظا ٦٠° = (٢ ظا ٣٠°) / (١ ـ ظا^٢ ٣٠°)

[٧] فى الشكل المقابل: أوجد فى أبسط صورة

القيمة: (ظا (∠حـ ٢ ء) + ظا (∠ب ٢ ء)) / (ظا (∠حـ ٢ ء) ـ ظا (∠ب ٢ ء))

[٨] أثبت باستخدام الميل أن النقط ٢ (ـ٣،١) ، ب(٥،١) ، حـ(٧،٤) ، ء(١،٦) هى رؤوس لمتوازى أضلاع

[٩] أوجد معادلة المستقيم ↔٢ب : ٢ (ـ٣ ، ٢) ، ب(٢ ، ٣)

[١٠] إذا كان المستقيم ٢س + (٢ـ٢) ص =٥ ميله ٢ فأوجد ٢

[١١] أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٢/٣ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادلت جزءاً طوله وحدتان ثم عين نقط تقاطعه مع محورى الاحداثيات

[١٢] أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محور السينات جزءاً موجباً طوله ٤ وحدات ويكون عمودياً على المستقيم ٣ ص +٢ س = ٥

[١٣] إذا كان البعد بين النقطتين (١ ، ٦) ، (٥، ك) يساوى ٢√٥ أوجد قيمة ك

[١٤] إذا كان المستقيم ل١ يمر بالنقطتين (٣، ١) ، (٢، ك) والمستقيم ل٢ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° أوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان

(أ) ل١ ، ل٢ متوازيان (ب) ل١ ، ل٢ متعامدان

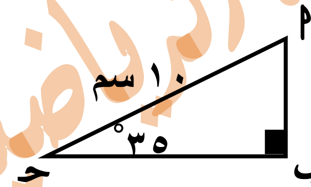
[١٥] أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الاحداثيات جزأين طوليهما ٦،٤ على الترتيب

[١٦] أوجد الميل و طول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم $\frac{س}{٣} + \frac{ص}{٤} = ١$

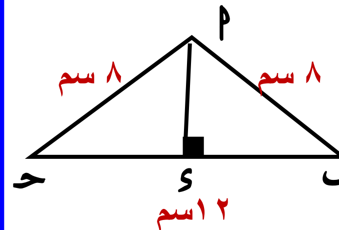
[١٧] أثبت أن النقط أ(٦ ، ٠) ، ب(٢ ، ـ٤) ، حـ(ـ٤ ، ٢) هى رؤوس مثلث قائم الزاوية

[١٨] أ ب حـ ء ▱ فيه أ هـ ، ٢) ، ب(٣ ، ٨) ، حـ(٩ ، ١٠) ، ء(٧ ، ٤) أوجد قيمة هـ

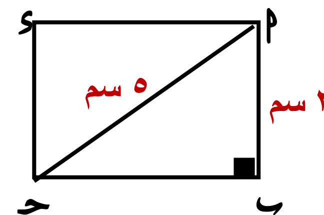
[١٩] فى الشكل: أوجد طول $\overline{أب}$ ، $\overline{بحـ}$



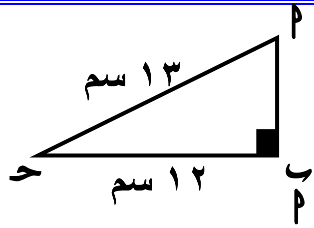
[٢٠] أ ب حـ مثلث متساوى الساقين فيه أ ب = أ حـ = ٨سم ، ب حـ = ١٢سم
أوجد: ق(∠ب) ، م △ أ ب حـ



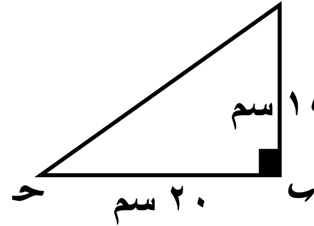
[٢١] أ ب حـ ء مستطيل فيه أ ب = ٣ سم ، أ حـ = ٥ سم
أوجد: ق(∠ب أ حـ) ، م المستطيل



[٢٢] فى الشكل: أوجد قيمة: ١ + ظا^{٢} أ



[٢٣] فى الشكل المقابل: أثبت أن
جتا أ جتا حـ ـ جا أ جا حـ = صفر



[٢٤] أثبت أن المثلث أ ب حـ الذى رؤوسه أ (١، ٤) ، ب (ـ١، ـ٢) ، حـ (٢، ـ٣) قائم الزاوية فى ب ثم أوجد مساحته

[٢٥] أثبت أن المثلث أ ب حـ الذى رؤوسه
أ (ـ٢، ٤) ، ب (٣، ـ١) ، حـ (٤، ٥) متساوى الساقين

[٢٦] أ ب قطر فى الدائرة التى مركزها م حيث أ (٨ ، ١١) ، م (٥ ، ٧) أوجد أولاً: احداثى ب ثانياً: محيط الدائرة
ثالثاً: معادلة المستقيم العمودى على أ ب فى ب

أولا : إختر الإجابة الصحيحة

(١) س = جا ٦٠° ظا ٤٥° فإن س^{٢} = $\frac{٣}{٤}$ [١ ، $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٤}$]

(٢) ظا س = ١ حيث س زاوية حادة موجبة فإن س = ٤٥°
[٩٠ ، ٦٠ ، ٤٥ ، ٣٠]

(٣) س زاوية حادة موجبة ، ٢ جا س ـ ١ = ٠
فإن ق(∠س) = ٣٠° [٩٠ ، ٦٠ ، ٤٥ ، ٣٠]

(٤) جا ٣٠° = جتا ٦٠° [٩٠ ، ٦٠ ، ٤٥ ، ٣٠]

(٥) س , ص زاويتان متتامتان فإذا كانت جا س = $\frac{٣}{٥}$ فإن
جتا ص = $\frac{٣}{٥}$ [$\frac{٥}{٣}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٣}{٤}$]

(٦) قيمة المقدار ٢ جا ٦٠° جتا ٦٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$
[$\sqrt{٣}$ ، ٢ ، ١ ، $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$]

(٧) جتا هـ ظا ٣٠° = جتا^{٢} ٤٥° فإن ق(∠هـ) = ٦٠°
[٩٠ ، ٦٠ ، ٤٥ ، ٣٠]

(٨) قيمة المقدار ٢ جتا ٣٠° ظا ٦٠° = ٣
[$\sqrt{٣}$ ، ٣ ، ٢$\sqrt{٣}$ ، $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$]

(٩) △ا ب حـ فيه ق(∠ب) = ٩٠° فإن جا ا + جتا حـ = ٢ جا ا
[٢ جا ا ، ٢ جا حـ ، ٢جا ب ، جتا ا]

(١٠) جا(٢س+١٠)=$\frac{١}{٢}$ فإن س = ١٠ [١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٦٠]

(١١) إذا كان : جا ب = جتا ب فإن ظا ب = ١
[$\sqrt{٣}$ ، ١ ، $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$]

(١٢) △ا ب حـ قائم الزاوية فى ا فإن جتا ب : جا حـ = ١
[١ ، ٣:٤ ، ٤:٣ ، ٣:٥]

(١٣) البعد بين النقطة (٣،٢) ونقطة الأصل = $\sqrt{١٣}$ وحدة طول
[٧ ، $\sqrt{٧}$ ، $\sqrt{١٠}$ ، $\sqrt{١٣}$]

(١٤) البعد بين النقطتين (٠،٣) ، (ـ٤،٠) = ٥ وحدة طول
[٥ ، $\sqrt{١٢}$ ، ٧ ، ـ١]

(١٥) بعد النقطة (٤، ـ٣) عن محور السينات = ٣ وحدة طول
[٧ ، ٤ ، ٣ ، ـ٣]

(١٦) إذا كان ا ب حـ ء مستطيل ، ا(ـ١، ـ٤) ، حـ(٤،٥) فإن
ل ب ء = ١٠ وحدة طول [٥ ، ٨ ، ٩ ، ١٠]

(١٧) طول قطر الدائرة التى مركزها (٤،٧) وتمر بالنقطة (١،٣)
يساوى ١٠ وحدة طول [٤ ، ٥ ، ٨ ، ١٠]

(١٨) البعد بين النقطتين (٤،٣) ، (ـ٣،ـ٤) = ٧√٢ وحدة طول
[١٠ ، ٧ ، ٧√٢ ، ٥]

(١٩) المربع أ ب حـ ء ، أ(٢ ، ـ٥) ، ب(ـ١،ـ١) فإن محيط المربع = ٢٠ وحدة طول [٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠]

(٢٠) مساحة دائرة مركزها (٨،٥) وتمر بالنقطة (٤،٢) يساوى ٢٥π وحدة مربعة [٥π ، ١٠π ، ٢٠π ، ٢٥π]

(٢١) إحداثى نقطة منتصف $\overline{أب}$ حيث أ(١،ـ٣) ، ب(ـ١،ـ٥) هى (٠،ـ٤)
[(١،١) ، (١،ـ١) ، (٠،ـ٤) ، (٢،ـ٢)]

(٢٢) $\overline{أب}$ قطر دائرة حيث أ(٥،٧)، ب(١،ـ١) فإن إحداثى مركزها هو (٣،٣)
[(٤،٢) ، (٢،٤) ، (٣،٢) ، (٣،٣)]

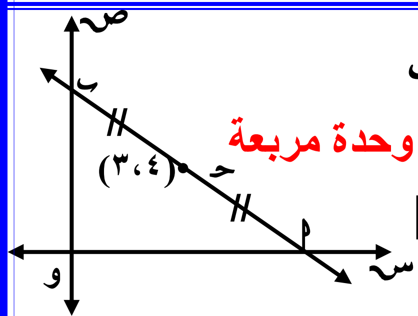
(٢٣) نقطة الأصل منتصف $\overline{أب}$ حيث أ(٥، ـ٢) فإن احداثى ب هو (ـ٥، ٢)
[(ـ٥،٢) ، (ـ٢،٥) ، (٢،ـ٥) ، (٠،٠)]

(٢٤) النقطة (٢،ـ١) منتصف القطعة المستقيمة التى طرفاها (س،٢) ، (٨،ص) فإن س + ص = ـ٤ + (ـ٤) = ـ٨
[صفر ، ٤ ، ـ ٤ ، ـ٨]

(٢٥) أ ب حـ ء مربع حيث أ(٣،٤)، حـ(٥،٦) فإن إحداثى نقطة تقاطع قطريه (٤،٥)
[(٨،١٠) ، (٤،٥)، (٢،٢) ، (١،١)]

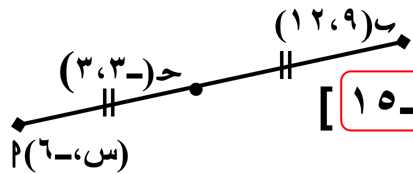
(٢٦) المستقيم الموازى لمحور السينات صفر [٠ ، ١ ، ـ١، ∞]

(٢٧) فى الشكل المقابل: حـ منتصف أ ب حيث حـ(٤،٣) فإن م Δ أ و ب = ٢٤ وحدة مربعة
[٢٤ ، ١٢ ، ١٠ ، ٦]



(٢٨) نقطة (٠، ٤) منتصف أ ب حيث أ(ـ١، ـ١) فإن احداثى ب هو (١ ، ٩)
[(١،٩) ، (ـ٩،١) ، (١،ـ٩) ، (ـ١،ـ٩)]

(٢٩) فى الشكل المقابل: س = ـ١٥ [١ ، ٣ ، ٤ ، ـ١٥]



(٣٠) ميل المستقيم المار بالنقطتين (٢،٣)، (ـ٢،٣) هو صفر
[صفر ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، غير معرف]

(٣١) ميل المستقيم الموازى للمستقيم المار بالنقطتين (٢،٣)، (ـ١،٢) هو $\frac{١}{٢}$
[ـ $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ـ٢ ، ٣]

(٣٢) إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{حـء}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٣}{٤}$ فإن ميل $\overleftrightarrow{حـء}$ = $\frac{٣}{٤}$
[$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{-٤}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٤}$]

(٣٣) Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب حيث أ(٥،١)، ب(٠،١) فإن
ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٥}{١}$ ∴ ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ = $\frac{-١}{٥}$
[٥ ، ـ٥ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{-١}{٥}$]

(٣٤) ا ب حـ ء ▱ حيث ا(ـ١ ، ٤)، ب(٠ ، ١) فإن ميل حـ ء = ...

[٣ ، ـ٣ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{-١}{٣}$] ميل ا ب = ميل ء حـ = $\frac{٤ - ١}{-١ - ٠}$

(٣٥) ا ب حـ ء □ حيث ا(٣،٥)، حـ(٥،ـ١) فإن ميل ب ء = ...

[٣ ، ـ٣ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{-١}{٣}$] ا حـ ⊥ ب ء ∴ ميل ب ء = $\frac{١}{٣}$

(٣٦) إذا كان $م_١$ ، $م_٢$ ميلى مستقيمين متعامدين فإن $م_١ م_٢$ = ـ١

[$م_١$ = $م_٢$ ، $م_١$ + $م_٢$ = ـ١ ، $م_١ م_٢$ = ١ ، $م_١ م_٢$ = ـ١]

(٣٧) إذا كان $م_١$ ، $م_٢$ ميلى مستقيمين متوازيين فإن $م_١$ = $م_٢$

[$م_١$ = $م_٢$ ، $م_١$ + $م_٢$ = ـ١ ، $م_١ م_٢$ = ١ ، $م_١ م_٢$ = ـ١]

(٣٨) المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٠)، (٠،٤) يصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها يساوى ١٣٥°

[٣٠° ، ٤٥° ، ٩٠° ، ١٣٥°]

(٣٩) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ص)، (٢،٤) ميله ظا ٤٥° فتكون ص = ـ١

[١ ، ـ١ ، ٢ ، ٤]

(٤٠) المستقيمان: س + ص = ٤ ، م س + ٣ص = ٠ متعامدين فإن م = ـ٣

[٣ ، ـ٣ ، ١ ، ـ١]

(٤١) المستقيم الذى معادلته ٣ص = ٢س ـ ٦ يقطع من محور الصادات جزءاً طوله ٢ وحدة

[ـ٢ ، ٢ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$]

(٤٢) معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٢،٤) ويوازى محور السينات: ص = ٤

[س = ٢ ، ص = ٢ ، ص = ٤ ، س = ٤]

(٤٣) البعد العمودى بين المستقيمين س ـ ٢ = ٠ ، س = ٣ يساوى ٥ وحدات

[١ ، ٢ ، ٣ ، ٥]

(٤٤) المستقيم الذى معادلته ٣ص = ك س يوازى محور السينات فإن ك = صفر

[صفر ، ١ ، ٢ ، ٣]

(٤٥) معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويقطع ٤ وحدات من محور الصادات الموجب هى ص = ٢س + ٤

[ص = ٤س + ٢ ، س = ٤ص + ٢ ، ص = ٢س + ٤ ، س = ٢ص + ٤]

(٤٦) المستقيم ٣س ـ ٣ص + ١ = ٠ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها م = ١

[٣٠° ، ٤٥° ، ٩٠° ، ١٣٥°]

(٤٧) المستقيمان ص = ٣س + ١ ، ٢ص = ٦س + ٥ متوازيان

[متوازيان ، متعامدان ، منطبقان ، متقاطعان]

(٤٨) مساحة المثلث المحدد بالمستقيمات ٣س ـ ٤ص = ١٢ ، س = ٠ ، ص = ٠ تساوى ٦ وحدة مربعة

[٣ ، ٦ ، ٨ ، ١٢]

(٤٩) المستقيم ص = ٢س + ك يمر بالنقطة (٢،٢) فإن ك = ـ٢

[٠ ، ـ٢ ، ٢ ، ٤]

(٥٠) ص = $\frac{٢}{٣}$ س ـ ٦ فإن طول الجزء المقطوع من محور الصادات هو ٦ وحدة

[٢ ، ٣ ، ٦ ، ـ٦]

ثانيا: الأسئلة المقالية

[١] أوجد القيمة العددية للمقدار: ظا^{٢} ٦٠° ـ ظا^{٢} ٤٥° ـ ٤جا ٣٠°

المقدار = $(\sqrt{٣})^{٢} - (١)^{٢} - ٤ \times \frac{١}{٢}$

= ٣ ـ ١ ـ ٢ = صفر

[٢] بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة:

جتا ٦٠° جا ٣٠° ـ جا ٦٠° ظا ٦٠° + جتا^{٢} ٣٠°

القيمة = $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} - \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \sqrt{٣} + (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^{٢}$

= $\frac{١}{٤} - \frac{٣}{٢} + \frac{٣}{٤} = \frac{١ - ٦ + ٣}{٤} = \frac{-٢}{٤} = \frac{-١}{٢}$

[٣] بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة س حيث

س = جتا^{٢} ٣٠° + جا^{٢} ٣٠° + ظا^{٢} ٦٠°

س = $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^{٢} + (\frac{١}{٢})^{٢} + (\sqrt{٣})^{٢}$

س = $\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤} + ٣ = ٤$

[٤] إذا كان: ٢ جا هـ = ٤ جتا ٦٠° ـ ظا ٤٥°

٢ جا هـ = $٤ \times \frac{١}{٢} - ١ = ٢ - ١ = ١$

جا هـ = $\frac{١}{٢}$ ∴ هـ = ٣٠°

[٥] أثبت أن: جتا^{٢} ٣٠° ـ جا^{٢} ٣٠° = جتا ٦٠°

الطرف الأيمن = $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^{٢} - (\frac{١}{٢})^{٢} = \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢}$

الطرف الأيسر = $\frac{١}{٢}$ ∴ الطرفان متساويان

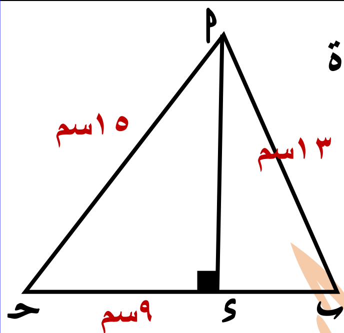
[٦] أثبت أن: ظا ٦٠° = $\frac{\text{٢ ظا ٣٠°}}{\text{١ ـ ظا}^{٢}\text{ ٣٠°}}$

الأيسر = $\frac{٢ \times \frac{١}{\sqrt{٣}}}{١ - (\frac{١}{\sqrt{٣}})^{٢}} = \frac{\frac{٢}{\sqrt{٣}}}{\frac{٢}{٣}} = \frac{٣}{\sqrt{٣}} = \sqrt{٣}$

الأيمن = ظا ٦٠° = $\sqrt{٣}$ ∴ الطرفان متساويان

[٧] فى الشكل المقابل: أوجد فى أبسط صورة

القيمة: $\frac{\text{ظا}(\angle \text{حـ أ ء}) + \text{ظا}(\angle \text{ب أ ء})}{\text{ظا}(\angle \text{حـ أ ء}) - \text{ظا}(\angle \text{ب أ ء})}$



أ ء = $\sqrt{(١٥)^{٢} - (٩)^{٢}} = \sqrt{١٤٤} = ١٢$

ب ء = $\sqrt{(١٣)^{٢} - (١٢)^{٢}} = \sqrt{٢٥} = ٥$

ظا (∠حـ أ ء) = $\frac{٩}{١٢}$ ، ظا (∠ب أ ء) = $\frac{٥}{١٢}$

المقدار = $\frac{\frac{٩}{١٢} + \frac{٥}{١٢}}{\frac{٩}{١٢} - \frac{٥}{١٢}} = \frac{١٤}{٤} = \frac{٧}{٢}$

[٨] أثبت باستخدام الميل أن النقط ا(-١،٣) ، ب(٥،١) ، حـ(٧،٤) ، ء(١،٦) هى رؤوس لمتوازى أضلاع

ميل اب = $\frac{١-٣}{٥+١}$ = $\frac{-٢}{٦}$ = $\frac{-١}{٣}$ ، ميل حـء = $\frac{٦-٤}{١-٧}$ = $\frac{٢}{-٦}$ = $\frac{-١}{٣}$

ميل اب = ميل حـء = $\frac{-١}{٣}$ ∴ اب // حـء --- (١)

ميل بحـ = $\frac{٤-١}{٧-٥}$ = $\frac{٣}{٢}$ ، ميل اء = $\frac{٦-٣}{١+١}$ = $\frac{٣}{٢}$

ميل بحـ = ميل اء = $\frac{٣}{٢}$ ∴ بحـ // اء --- (٢)

، ميل اب ≠ ميل اء من (١) ، (٢) النقط هى رؤوس متوازى أضلاع

[٩] أوجد معادلة المستقيم اب↔ : ا(-٣ ، ٢) ، ب(٢ ، ٣)

ميل اب↔ = $\frac{٣-٢}{٢+٣}$ = $\frac{١}{٥}$

ميل اب↔ هى ص = م س + جـ = $\frac{١}{٥}$ س + جـ

ب(٢،٣) تحقق المعادلة ٣ = $\frac{١}{٥}$ × ٢ + جـ ∴ جـ = $\frac{١٣}{٥}$

∴ معادلة المستقيم: ص = $\frac{١}{٥}$ س + $\frac{١٣}{٥}$ ∴ ٥ ص = س + ١٣

[١٠] إذا كان المستقيم م س + (٢-م) ص = ٥ ميله ٢ فأوجد م

ميل المستقيم = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-م}{٢-م}$ = ٢

∴ ٤ - ٢م = -م ∴ م = ٤

[١١] أوجد معادلة المستقيم الذى ميله $\frac{٢}{٣}$ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادلت جزءاً طوله وحدتان ثم عين نقط تقاطعه مع محورى الاحداثيات

معادلة المستقيم ص = م س + جـ = $\frac{٢}{٣}$ س + ٢

معادلة المستقيم ٣ ص - ٢س - ٦ = ٠

نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات نضع س = ٠

٣ص - ٠ - ٦ = ٠ ⟸ ٣ص = ٦ ∴ النقطة (٠ ، ٢)

نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات نضع ص = ٠

٠ - ٢س - ٦ = ٠ ⟸ ٢س = -٦ ∴ النقطة (-٣ ، ٠)

[١٢] أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محور السينات جزءاً موجباً طوله ٤ وحدات ويكون عمودياً على المستقيم ٣ ص + ٢ س = ٥

المستقيم يمر بالنقطة (٤ ، ٠)

ميل المستقم لمعلوم = $\frac{-٢}{٣}$ ∴ ميل العمودى المطلوب = $\frac{٣}{٢}$

معادلة المستقيم: ص = $\frac{٣}{٢}$ س + جـ

(٤،٠) تحقق المعادلة صفر = $\frac{٣}{٢}$ × ٤ + جـ ∴ جـ = -٦

∴ المعادلة: ص = $\frac{٣}{٢}$ س - ٦ ∴ ٢ ص = ٣ س - ١٢

[١٣] إذا كان البعد بين النقطتين (١، ٦) ، (٥، ك) يساوى $٢\sqrt{٥}$
أوجد قيمة ك

$\sqrt{(٥-١)^٢+(ك-٦)^٢} = ٢\sqrt{٥}$ بتربيع الطرفين

$١٦ + (ك-٦)^٢ = ٢٠ \Leftarrow (ك-٦)^٢ = ٤$

ك ـ ٦ = ± ٢ ك ـ ٦ = ٢ أ، ك ـ ٦ = ـ٢

∴ ك = ٨ أ، ك = ٤

[١٤] إذا كان المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطتين (٣، ١) ، (٢، ك)
والمستقيم $ل_٢$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات
زاوية قياسها ٤٥° أوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان
(ب) $ل_١$ ، $ل_٢$ متوازيان (ب) $ل_١$ ، $ل_٢$ متعامدان

ميل المستقيم $ل_١ = \frac{١-ك}{٣-٢}$ ، ميل $ل_٢$ = ظا ٤٥° = ١

(أ) المستقيمان متوازيان $\frac{١-ك}{١} = ١ \Leftarrow ١-ك = ١$ ∴ ك = ٠

(ب) المستقيمان متعامدان $\frac{١-ك}{١} = -١ \Leftarrow ١-ك = -١$ ∴ ك = ٢

[١٥] أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الاحداثيات
جزأين طوليهما ٦، ٤ على الترتيب

المستقيم يمر بالنقطتين (٦، ٠) ، (٠ ، ٤)

الميل = $\frac{٠-٤}{٦-٠} = \frac{-٢}{٣}$ ، جـ = ٤

المعادلة ص = $\frac{-٢}{٣}$ س + ٤

[١٦] أوجد الميل و طول الجزء المقطوع من محور الصادات
للمستقيم $\frac{س}{٣} + \frac{ص}{٤} = ١$

بالضرب × ١٢ ⟸ معدلة المستقيم ٤ س + ٣ص = ١٢

∴ ٣ص = ـ ٤س + ١٢ ⟸ ص = $\frac{-٤}{٣}$ س + ٤

∴ الميل = $\frac{-٤}{٣}$، طول الجزء الوقطوع من محور الصادات = ٤

[١٧] أثبت أن النقط ؟(٦ ، ٠) ، ب(٢ ، ـ٤) ، حـ(ـ٤ ، ٢) هى
رؤوس مثلث قائم الزاوية

ميل $\overline{؟ب} = \frac{٠ + ٤}{٦ - ٢} = \frac{٤}{٤} = ١$

ميل $\overline{بحـ} = \frac{٢ + ٤}{-٤ - ٢} = \frac{٦}{-٦} = -١$ ، ميل $\overline{؟حـ} = \frac{٦+٤}{-٢} = \frac{١٠}{-٢} = -٥$

، ميل $\overline{؟ب}$ × ميل $\overline{؟حـ}$ = ـ١ النقط هى رؤوس Δ قائم فى ب

[١٨] ؟ ب حـ ء ▱ فيه ؟(هـ ، ٢) ، ب(٣ ، ٨) ، حـ(٩ ، ١٠)
، ء(٧ ، ٤) أوجد قيمة هـ

؟ ب حـ ء ▱ فيه نقطة تقاطع قطريه هى $\frac{؟ + حـ}{٢}$ أ، $\frac{ب + ء}{٢}$

$(\frac{هـ + ٩}{٢} ، \frac{٢ + ١٠}{٢}) = (\frac{٣ + ٧}{٢} ، \frac{٨ + ٤}{٢})$

⟸ هـ + ٩ = ٣ + ٧ ∴ هـ = ١٠ ـ ٩ = ١

[١٩] فى الشكل: أوجد طول $\overline{اب}$ ، $\overline{بحـ}$

∆ ا ب حـ قائم الزاوية فى ب

جا حـ = ا ب / ١٠ ⇐ اب = ١٠ جا ٣٥° = ٥,٧٣٦ = ٦ سم

جتا حـ = ب حـ / ١٠ ⇐ اب = ١٠ جتا ٣٥° = ٨,١٩١ = ٨ سم

[٢٠] ا ب حـ مثلث متساوى الساقين فيه

ا ب = ا حـ = ٨سم ، ب حـ = ١٢سم

أوجد: ق(∠ب) ، م ∆ ا ب حـ

$\overline{اء} \perp \overline{بحـ}$ فإن ب ء = ء حـ = ١٢ ÷ ٢ = ٦سم

∆ ا ب حـ فيه ا ء = $\sqrt{(٨)^٢ - (٦)^٢}$ = $\sqrt{٢٨}$ = ٢$\sqrt{٧}$

م ∆ ا حـ ب = ½ ب حـ × ا ء = ½ × ١٢ × ٢$\sqrt{٧}$ = ١٢$\sqrt{٧}$

جتا ب = ب ء / ا ب = ٦ / ٨ = ٠,٧٥ ∴ ق(∠ب) = ٤١° ٢٤' ٣٥''

[٢١] ا ب حـ ء مستطيل فيه

ا ب = ٣ سم ، ا حـ = ٥ سم

أوجد: ق(∠ا حـ ب) ، م المستطيل

∆ ا ب حـ فيه ب حـ = $\sqrt{(٥)^٢ - (٣)^٢}$ = $\sqrt{١٦}$ = ٤سم

م المستطيل ا ب حـ ء = ب حـ × ا ب = ٤ × ٣ = ١٢ سم^٢

جا حـ = ب حـ / ا حـ = ٣ / ٥ = ٠,٦ ∴ ق(∠ا حـ ب) = ٣٦° ٥٢' ١٢''

[٢٢] فى الشكل: أوجد قيمة: ١ + ظا^٢ ا

∆ ا ب حـ قائم الزاوية فى ب

ا ب = $\sqrt{(١٣)^٢ - (١٢)^٢}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥سم

ظا ا = ب حـ / ا ب = ١٢ / ٥ ⇐ ١ + ظا^٢ ا = ١ + ١٤٤/٢٥ = ١٦٩/٢٥

[٢٣] فى الشكل المقابل: أثبت أن

جتا ا جتا حـ - جا ا جا حـ = صفر

∆ ا ب حـ قائم الزاوية فى ب

ا حـ = $\sqrt{(٢٠)^٢ - (١٥)^٢}$ = $\sqrt{٦٢٥}$ = ٢٥ سم

جا ا = ب حـ / ا حـ = ٢٠ / ٢٥ = ٤ / ٥ ، جتا ا = ا ب / ا حـ = ١٥ / ٢٥ = ٣ / ٥

جا حـ = ا ب / ا حـ = ١٥ / ٢٥ = ٣ / ٥ ، جتا حـ = ب حـ / ا حـ = ٢٠ / ٢٥ = ٤ / ٥

جتا ا جتا حـ - جا ا جا حـ = ٣/٥ × ٤/٥ - ٤/٥ × ٣/٥ = صفر

[٢٤] أثبت أن المثلث ؟ ب حـ الذى رؤوسه ؟ (١، ٤) ، ب (ـ١، ـ٢) ، حـ (٢، ـ٣) قائم الزاوية فى ب ثم أوجد مساحته

(؟ ب)^٢ = (١+١)^٢ + (٤+٢)^٢ = ٤ + ٣٦ = ٤٠

(ب حـ)^٢ = (٢+١)^٢ + (ـ٣+٢)^٢ = ٩+١ = ١٠

(؟ حـ)^٢ = (١ـ٢)^٢ + (٤+٣)^٢ = ١+٤٩ = ٥٠

فإن (؟ حـ)^٢ = (؟ ب)^٢ + (ب حـ)^٢ = ٤٠ + ١٠ = ٥٠

∴ المثلث ؟ ب حـ قائم الزاوية فى ب

م Δ ؟ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٢$\sqrt{١٠}$ × $\sqrt{١٠}$ = ١٠ وحدة مساحة

[٢٥] أثبت أن المثلث ؟ ب حـ الذى رؤوسه ؟ (ـ٢، ٤) ، ب (٣، ـ١) ، حـ (٤، ٥) متساوى الساقين

؟ ب = $\sqrt{(٢+٣)^٢ + (٤+١)^٢}$ = $\sqrt{٢٥+٢٥}$ = $\sqrt{٥٠}$ = ٥$\sqrt{٢}$

ب حـ = $\sqrt{(٤ـ٣)^٢ + (٥+١)^٢}$ = $\sqrt{١+٣٦}$ = $\sqrt{٣٧}$ وحدة طول

؟ حـ = $\sqrt{(٤+٢)^٢ + (٥+٤)^٢}$ = $\sqrt{٣٦+١}$ = $\sqrt{٣٧}$ وحدة طول

فإن ؟ حـ = ب حـ = $\sqrt{٣٧}$ المثلث ؟ ب حـ متساوى الساقين

أحداثى منتصف ؟ ب وليكن (ء) = ($\frac{ـ٢+٣}{٢}$ ، $\frac{٤ـ١}{٢}$) = ($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٢}$)

حـ ء = $\sqrt{(٤ـ\frac{١}{٢})^٢ + (٥ـ\frac{٣}{٢})^٢}$ = $\frac{٧}{٢}$ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

م Δ ؟ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٥$\sqrt{٢}$ × $\frac{٧}{٢}$ $\sqrt{٢}$ = ١٧,٥ وحدة مساحة

[٢٦] ؟ ب قطر فى الدائرة التى مركزها م حيث ؟ (٨ ، ١١) ، م (٥ ، ٧) أوجد أولاً: احداثى ؟ ثانياً: محيط الدائرة
ثالثاً: معادلة المستقيم العمودى على ؟ ب فى ب

م نتصف القطر ؟ ب ∴ م = ($\frac{س +٨}{٢}$ ، $\frac{ص +١١}{٢}$) = (٥، ٧)

س +٨ = ١٠ ، ص +١١=١٤ ∴ س = ٢ ، ص = ٣

حيث أحداثى ؟ (س ، ص) = (٢، ٣)

نو = م ب = $\sqrt{(٨ـ٥)^٢ + (١١ـ٧)^٢}$ = $\sqrt{٩+١٦}$ = ٥ وحدة

محيط الدائرة = ٢ نو π = ٢ × ٥ π = ١٠π وحدة طول

معادلة المستقيم العمودى على ؟ ب فى ب

ميل ؟ ب = $\frac{١١ ـ ٣}{٨ ـ ٢}$ = $\frac{٨}{٦}$ = $\frac{٤}{٣}$ ∴ ميل العمودى = $\frac{ـ٣}{٤}$

معادلة المستقيم هى ص = م س + جـ = $\frac{ـ٣}{٤}$ س + جـ

(٨، ١١) تحقق المستقيم ١١ = $\frac{ـ٣}{٤}$ × ٨ + جـ ∴ جـ = ١٧

∴ معادلة المستقيم هى ص = $\frac{ـ٣}{٤}$ س + ١٧

أو ٤ ص = ـ٣س + ٦٨

مدرسة مصر الخير الإعدادية * ملخص قوانين حساب المثلثات والهندسة * إعداد / محمود عوض حسن

قوانين حساب المثلثات

جا جـ = المقابل / الوتر = ٣ / ٥

جتا جـ = المجاور / الوتر = ٤ / ٥

ظا جـ = المقابل / المجاور = ٣ / ٤

لاحظ أن:

$جا^2 جـ = (\frac{٣}{٥})^2 = \frac{٩}{٢٥}$ $جتا^2 جـ = (\frac{٤}{٥})^2 = \frac{١٦}{٢٥}$ وهكذا

$جا ٣٠ = \frac{١}{٢}$	$جتا ٣٠ = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$ظا ٣٠ = \frac{١}{\sqrt{٣}}$
$جا ٦٠ = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$جتا ٦٠ = \frac{١}{٢}$	$ظا ٦٠ = \sqrt{٣}$
$جا ٤٥ = \frac{١}{\sqrt{٢}}$	$جتا ٤٥ = \frac{١}{\sqrt{٢}}$	$ظا ٤٥ = ١$

لاحظ أن :

$جا^2 ٣٠ = \frac{١}{٤}$ $جتا^2 ٣٠ = \frac{٣}{٤}$ $ظا^2 ٣٠ = \frac{١}{٣}$

$جا^2 ٤٥ = \frac{١}{٢}$ ولاحظ أن : $\frac{جا ٣٠}{جتا ٣٠} =$ ظا ٣٠ وهكذا

قانون البعد

$البعد = \sqrt{(س_٢ - س_١)^2 + (ص_٢ - ص_١)^2}$

قانون المنتصف

$إحداثى المنتصف = (\frac{مجموع السينات}{٢} ، \frac{مجموع الصادات}{٢})$

مسائل يتم إثباتها باستخدام البعد

لإثبات أن : أ ب جـ مثلث قائم فى ب

نحسب: أ ب ، ب جـ ، أ جـ ثم نربع النواتج

فيكون : $(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$

لإثبات أن : أ ب جـ د مستطيل

نحسب: أ ب ، ب جـ ، جـ د ، أ د و القطران أجـ ، ب د

فيكون : أ ب = جـ د ، ب جـ = أ د والقطران متساويان

لإثبات أن: النقط أ ، ب ، جـ تمر بدائرة مركزها م

نحسب: أ م ، ب م ، جـ م

فيكون : أ م = ب م = جـ م = نق

لإثبات أن : أ ب جـ د مربع

نحسب: أ ب ، ب جـ ، جـ د ، أ د و القطران أجـ ، ب د

فيكون : أ ب = ب جـ = جـ د = أ د والقطران متساويان

لإثبات أن : أ ب جـ د متوازى أضلاع

نحسب: أ ب ، ب جـ ، جـ د ، أ د (الأربع أضلاع)

فيكون : أ ب = جـ د ، ب جـ = أ د

لإثبات أن : أ ب جـ د معين

نحسب: أ ب ، ب جـ ، جـ د ، أ د و القطران أجـ ، ب د

فيكون: أ ب = ب جـ = جـ د = أ د ، القطران غير متساويان

قوانين حساب الميل م

لو عندك **زوجين مرتبين** يمر بيهم المستقيم

$$م = \frac{فرق\ الصادات}{فرق\ السينات}$$

لو عندك **زاوية** قياسها هـ يصنعها المستقيم

م = ظا هـ

لو عندك **معادلة** بالشكل ده : ٣س – ٢ ص +٧ =٠

$$م = \frac{-\ معامل\ س}{معامل\ ص}$$

لو عندك **معادلة** بالشكل ده : ص = ٣ س - ٥

م = معامل س

حساب طول الجزء المقطوع من محور الصادات

لو عندك **معادلة** بالشكل ده : ٢س – ٣ ص +٥ =٠

$$الجزء\ المقطوع\ من\ محور\ الصادات = \left|\frac{-\ الحد\ المطلق}{معامل\ ص}\right|$$

لو عندك **معادلة** بالشكل ده : ص = ٧ س - ٣

الجزء المقطوع من محور الصادات = |**الحد المطلق**|

المستقيمان المتوازيان والمتعامدان

لو قالك اثبت أن المستقيمان **متوازيان** :

نحسب: $م_١$ ، $م_٢$ فنجد أن : $م_١ = م_٢$

لو قالك اثبت أن المستقيمان **متعامدان** :

نحسب: $م_١$ ، $م_٢$ فنجد أن : $م_١ \times م_٢ = -١$

أو : $م_١$ = غير معرف ، $م_٢$ = صفر

لو عطاك مستقيمين **متوازيين** وطلب قيمة مجهول **ك**:

نحسب: $م_١$ ، $م_٢$

ثم نساوى : **الميل المجهول = الميل المعلوم**

لو عطاك مستقيمين **متعامدين** وطلب قيمة مجهول **ك**:

نحسب: $م_١$ ، $م_٢$

ثم نساوى : **الميل المجهول = - شقلوب المعلوم**

معادلة الخط المستقيم هى : **ص = م س + جـ** حيث م : الميل ، **جـ** : الجزء المقطوع من محور الصادات

لإثبات أن : أ ب جـ د شبه منحرف

نحسب : ميل أ ب ، ميل ب جـ ، ميل جـ د ، ميل أ د

فيكون : ميل ب جـ = ميل أ د　ب جـ ، أ د متوازيان

ميل أ ب ≠ ميل جـ د　أ ب ، جـ د غير متوازيان

لإثبات أن: النقط أ ، ب ، جـ تقع على استقامة واحدة

نحسب : ميل أ ب ، ميل ب جـ

فيكون : ميل أ ب = ميل ب جـ

قوانين المساحات

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × ع

مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى القطرين

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

مساحة المستطيل = الطول × العرض

مساحة الدائرة = π نق^{٢}

محيط الدائرة = ٢ π نق

• ملاحظات عامة •

١) **إذا كان المستقيم يمر بنقطتين ويوازى محور الصادات فإن: السينات تكون متشابهة**

مثال: إذا كان المستقيم يمر بالنقطتين (٣ ، ٥) ، (س ، ٤) ويوازى محور الصادات فإن س = ٣

٢) **إذا كان المسستقيم يمر بنقطتين ويوازى محور السينات فإن: الصادات تكون متشابهة**

مثال: إذا كان المستقيم يمر بالنقطتين (٢ ، -٤) ، (٦ ، ك) ويوازى محور السينات فإن ك = -٤

٣) **معادلة المستقيم الذى ميله يساوى واحد ويمر بنقطة الأصل هى : ص = س**

٤) **المستقيم الموازى لمحور السينات ميله = صفر ، بينما الموازى لمحور الصادات ميله غير معرف**

٥) **لو معادلة المستقيم** بالشكل ده : **٢ص = ٣س − ٦** لازم ننقل ال ٢ ونخليها كده **ص = $\frac{٣}{٢}$ س − $\frac{٦}{٢}$**

٦) **بعد النقطة عن محور الصادات = قيمة س** الموجبة ، **بعد النقطة عن محور السينات = قيمة ص** الموجبة

مثال : بعد النقطة (-٥ ، -٢) عن محور الصادات = ٥ ، بعد النقطة (-٣، ٤) عن محور السينات = ٤

٧) **إذا أعطاك البعد معلوم فإن : (البعد)^{٢} = (س$_{٢}$ − س$_{١}$)^{٢} + (ص$_{٢}$ − ص$_{١}$)^{٢}**

مثال: إذا كان البعد بين النقطتين (٠ ، ١) ، (أ ، ٠) هو ١ فإن : ١^{٢} = أ^{٢} + ١^{٢} ⟸ أ^{٢} = ٠ ⟸ أ = ٠

٨) **لحساب قياس الزاوية بمعلومية الميل : قياس الزاوية = shift ⟵ tan ⟵ الميل**

٩) **لإثبات أن القطران أجـ ، ب د ينصف كل منهما الآخر ⟸ نثبت أن: منتصف أ جـ = منتصف ب د**

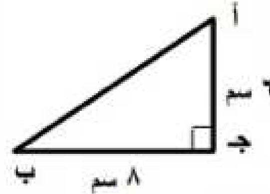
١٠) **مجموع قياس الزاويتان المتتامتان = ٩٠° ، مجموع قياس الزاويتان المتكاملتان = ١٨٠°**

* مسائل متنوعة ١ *

إعداد / محمود عوض حسن

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى $\hat{جـ}$
فيه أ جـ = ٦سم ، ب جـ = ٨ سم أوجد :
١) جتا أ جتا ب - جا أ جا ب   ٢) ق ($\hat{ب}$)

الحل



$(أب)^2$ = ٣٦+٦٤ = ١٠٠
أب = ١٠ سم
١) جتا أ جتا ب - جا أ جا ب
= $\frac{٦}{١٠} \times \frac{٨}{١٠} - \frac{٨}{١٠} \times \frac{٦}{١٠} = \frac{٤٨}{١٠٠} - \frac{٤٨}{١٠٠}$ = صفر

٢) ∵ جا ب = $\frac{٦}{١٠}$ = ٠,٦
∴ ق($\hat{ب}$) = shift sin ٠,٦ =

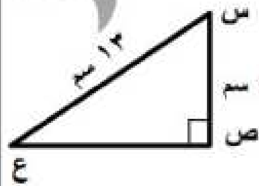
أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

الحل

ص = م س + جـ
ص = ٢ س + جـ
من الزوج المرتب (١،٠) نعوض عن س = ١ ، ص = ٠
٠ = ٢ × ١ + جـ
٠ = ٢ + جـ
جـ = -٢   المعادلة هى: ص = ٢س – ٢

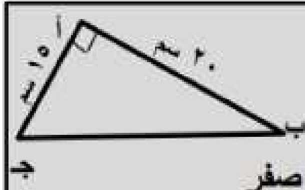
س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص
فيه س ص = ٥سم ، س ع = ١٣ سم أوجد:
١) ظا س + ظا ع   ٢) جتا س جتا ع – جا س جا ع

الحل



$(ص ع)^2$ = ١٦٩ - ٢٥ = ١٤٤
∴ ص ع = ١٢ سم
١) ظا س + ظا ع = $\frac{١٢}{٥} + \frac{٥}{١٢} = \frac{١٦٩}{٦٠}$
٢) جتا س جتا ع – جا س جا ع =
$\frac{٥}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} - \frac{١٢}{١٣} \times \frac{٥}{١٣} = \frac{٦٠}{١٦٩} - \frac{٦٠}{١٦٩}$ = صفر

فى الشكل المقابل :
أ جـ = ١٥ سم ، أب=٢٠ سم
اثبت أن :
جتا جـ جتا ب – جا جـ جا ب = صفر



الحل

$(ب جـ)^2 = ٢٠^2 + ١٥^2$ = ٦٢٥   ب جـ = ٢٥ سم
الأيمن = جتا جـ جتا ب – جا جـ جا ب
= $\frac{١٥}{٢٥} \times \frac{٢٠}{٢٥} - \frac{٢٠}{٢٥} \times \frac{١٥}{٢٥}$
= $\frac{٣٠٠}{٦٢٥} - \frac{٣٠٠}{٦٢٥}$ = صفر

إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متكاملتين كنسبة ٣ : ٥ فأوجد مقدار كل منهما بالقياس الستينى

الحل

قياس الزاوية الأولى = ٣ م ، قياس الزاوية الثانية = ٥ م
∵الزاويتان متكاملتان ∴ مجموع قياسهما = ١٨٠
٣م + ٥م = ١٨٠ ⇐ ٨م = ١٨٠ ⇐ م = ٢٢,٥
الأولى = ٣م = ٣× ٢٢,٥ = ٦٧,٥ = =
الثانية = ٥م = ٥ ×٢٢,٥ = ١١٢,٥ = =

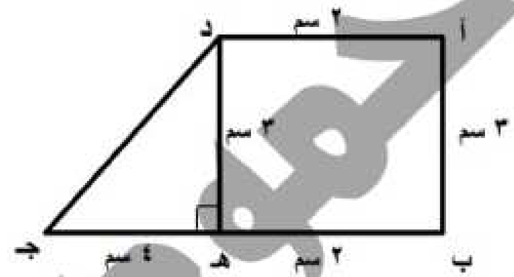
أوجد قيمة المقدار التالى مبينا خطوات الحل :
جا ٤٥ جتا ٤٥ + جا ٣٠ جتا ٦٠ – $جتا^2$ ٣٠

الحل

المقدار = $\frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} - \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^2$
= $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} - \frac{٣}{٤}$ = صفر

أ ب جـ د شبه منحرف فيه أد // ب جـ ، ق $(\hat{ب})$ = ٩٠° ، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٦ سم ، أ د = ٢ سم
أوجد طول د جـ ثم أوجد قيمة جتا $\hat{ب\,جـ\,د}$

الحل



نرسم د هـ ⊥ ب جـ

∵ الشكل أ ب هـ د مستطيل

∴ د هـ = ٣ سم ، هـ جـ = ٦-٢ = ٤ سم

في Δ د هـ جـ : من فيثاغورث

(د جـ)^2 = ٣^2 + ٤^2 = ٢٥

د جـ = ٥ سم

جتا ($\hat{ب\,جـ\,د}$) = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{٤}{٥}$

أوجد قيمة هـ حيث هـ زاوية حادة إذا كان:
جا هـ = جا ٦٠ جتا ٣٠ – جتا ٦٠ جا ٣٠

الحل

الأيسر = جا ٦٠ جتا ٣٠ – جتا ٦٠ جا ٣٠

$= \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} - \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

جا هـ = $\frac{١}{٢}$ هـ = ٣٠°

إذا كان جا هـ ظا ٣٠ = جتا^2 ٤٥ فأوجد ق ($\hat{هـ}$) حيث هـ زاوية حادة

الحل

جا هـ × $\frac{١}{\sqrt{٣}} = \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^2$

جا هـ × $\frac{١}{\sqrt{٣}} = \frac{١}{٢}$

جا هـ = $\frac{١}{٢} \times \sqrt{٣}$ جا هـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ق ($\hat{هـ}$) = ٦٠°

اثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٣) ، (٢ ، ٤) يوازى المستقيم ٣ص – س – ١ = ٠

الحل

م$_1$ = $\frac{٤ - ٣}{٢ - -١} = \frac{١}{٣}$ م$_2$ = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{١}{٣}$

∵ م$_1$ = م$_2$ ∴ المستقيمان متوازيان

بدون استخدام الآلة الحاسبة اثبت أن :
جا ٦٠ = ٢ جا ٣٠ جتا ٣٠

الحل

الطرف الأيمن = جا ٦٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

الأيسر = ٢ جا ٣٠ جتا ٣٠ = $\cancel{٢} \times \frac{١}{\cancel{٢}} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ الأيمن = الأيسر

اثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط
أ (٥،-٥) ، ب (-١،٧) ، جـ (١٥،١٥)
قائم الزاوية فى ب ، ثم أوجد مساحته

الحل

أ ب = $\sqrt{(-١ - ٥)^٢ + (٧ - -٥)^٢} = \sqrt{(-٦)^٢ + (١٢)^٢}$

$= \sqrt{٣٦ + ١٤٤} = \sqrt{١٨٠}$

ب جـ = $\sqrt{(١٥ - -١)^٢ + (١٥ - ٧)^٢} = \sqrt{(١٦)^٢ + (٨)^٢}$

$= \sqrt{٢٥٦ + ٦٤} = \sqrt{٣٢٠}$

أ جـ = $\sqrt{(١٥ - ٥)^٢ + (١٥ - -٥)^٢} = \sqrt{(١٠)^٢ + (٢٠)^٢}$

$= \sqrt{١٠٠ + ٤٠٠} = \sqrt{٥٠٠}$

(أ جـ)^٢ = ٥٠٠

(أب)^٢ + (ب جـ)^٢ = ١٨٠ + ٣٢٠ = ٥٠٠

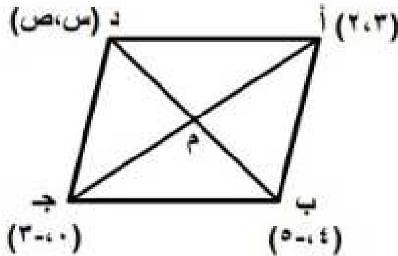
∵ (أ جـ)^٢ = (أب)^٢ + (ب جـ)^٢ ∴ المثلث قائم فى ب

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × ع

$= \frac{\sqrt{١٨٠} \times \sqrt{٣٢٠}}{٢} = ١٢٠$

أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه
أ (٣،٢) ، ب (٤،-٥) ، جـ (٠،-٣) أوجد احداثى نقطة تقاطع قطريه ثم أوجد إحداثى نقطة د

الحل



نقطة تقاطع القطرين هى م منتصف أ جـ

م منتصف أ جـ = $\left(\frac{٣ + ٠}{٢} ، \frac{٢ + -٣}{٢}\right) = \left(\frac{٣}{٢} ، \frac{-١}{٢}\right)$

نفرض أن النقطة د هى (س ، ص)

منتصف أ جـ = منتصف ب د

$\left(\frac{٣}{٢} ، \frac{-١}{٢}\right) = \left(\frac{٤ + س}{٢} ، \frac{-٥ + ص}{٢}\right)$

المسقط الأول = المسقط الأول

$\frac{٤ + س}{٢} = \frac{٣}{٢}$

٤ + س = ٣

س = -١

المسقط الثانى = المسقط الثانى

$\frac{-٥ + ص}{٢} = \frac{-١}{٢}$

-٥ + ص = -١

ص = ٤

إحداثى د = (-١ ، ٤)

اثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (-٣،٤) ، (-٣،-٢) **عمودى** على المستقيم المار بالنقطتين (١،٢) ، (-٣،٢)

الحل

$م_١ = \frac{-٢ - ٤}{-٣ - -٣} = \frac{-٦}{٠}$ غير معرف

$م_٢ = \frac{٢ - ٢}{-٣ - ١} = \frac{٠}{-٤}$ = صفر ∴ المستقيمان متعامدان

بدون استخدام الآلة اثبت أن :
جتا ٦٠ = ٢ جتا^٢ ٣٠ − ١

الحل

الأيمن = جتا ٦٠ = $\frac{١}{٢}$

الأيسر = $٢ \times \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢ - ١ = ٢ \times \frac{٣}{٤} - ١ = \frac{١}{٢}$

الأيمن = الأيسر

إذا كانت جـ (٦ ، -٤) هى منتصف أ ب حيث أ (٥ ، - ٣) فأوجد إحداثى نقطة ب

الحل

نفرض أن : ب (س ، ص)

إحداثى المنتصف = (مجموع السينات / ٢ ، مجموع الصادات / ٢)

(٦ ، -٤) = ((٥ + س) / ٢ ، (-٣ + ص) / ٢)

(٥ + س) / ٢ = ٦ | (-٣ + ص) / ٢ = -٤

٥ + س = ١٢ | -٣ + ص = -٨

س = ٧ | ص = -٥

إحداثى ب = (٧ ، -٥)

اثبت أن النقط أ (٣،-١) ، ب (-٤،٦) ، جـ (٢،-٢) الواقعة فى مستوى إحداثى متعامد تمر بها دائرة واحدة مركزها النقطة م (-١،٢) ثم أوجد محيط الدائرة

الحل

أ م = $\sqrt{(٣ - -١)^٢ + (-١ - ٢)^٢}$ = $\sqrt{(٤)^٢ + (-٣)^٢}$

= $\sqrt{١٦ + ٩}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

ب م = $\sqrt{(-٤ - -١)^٢ + (٦ - ٢)^٢}$ = $\sqrt{(-٣)^٢ + (٤)^٢}$

= $\sqrt{٩ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

جـ م = $\sqrt{(٢ - -١)^٢ + (-٢ - ٢)^٢}$ = $\sqrt{(٣)^٢ + (-٤)^٢}$

= $\sqrt{٩ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

∵ أ م = ب م = جـ م ∴ النقط تمر بها دائرة واحدة

محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣,١٤ × ٥ = ٣١,٤

إذا كان المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطتين (٣،١) ، (٢،ك) والمستقيم $ل_٢$ يصنع زاوية قياسها ٤٥° فأوجد قيمة ك إذا كان $ل_١$ // $ل_٢$

الحل

$م_١$ = (ك - ١) / (٢ - ٣) = (ك - ١) / (-١) | $م_٢$ = ظا ٤٥ = ١

∵ المستقيمان متوازيان ∴ المجهول = المعلوم

(ك - ١) / (-١) = ١ (مقص) | ك – ١ = -١

ك = -١ + ١ | ك = صفر

إذا كان المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطتين (٣،١) ، (٢،ك) والمستقيم $ل_٢$ يصنع زاوية قياسها ٤٥° فأوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان متعامدان

الحل

$م_١$ = (ك - ١) / (٢ - ٣) = (ك - ١) / (-١) | $م_٢$ = ظا ٤٥ = ١

∵ المستقيمان متعامدان ∴ المجهول = - شقلوب المعلوم

(ك - ١) / (-١) = -١ ⟸ ك – ١ = ١

∴ ك = ١ + ١ | ك = ٢

اثبت أن النقط أ (-٣،-١) ، ب (٦،٥) ، جـ (٣،٣) تقع على استقامة واحدة

الحل

ميل أ ب = فرق الصادات / فرق السينات = (٥ - -١) / (٦ - -٣) = ٦ / ٩ = ٢ / ٣

ميل ب جـ = فرق الصادات / فرق السينات = (٣ - ٥) / (٣ - ٦) = -٢ / -٣ = ٢ / ٣

∵ ميل أ ب = ميل ب جـ ∴ النقط تقع على استقامة واحدة

أكثر من الصلاة على سيدنا

رسول الله ﷺ تحظى بالبركة

فى سائر أمورك

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣،-٥) ويوازى المستقيم س + ٢ص – ٧ = ٠

الحل

ص = م س + جـ

م$_2$ = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-1}{2}$ ، م$_1$ = $\frac{-1}{2}$

∴ المعادلة هى : ص = $\frac{-1}{2}$ س + جـ

بالتعويض عن س = ٣ ، ص = -٥

$-5 = \frac{-1}{2} \times 3 +$ جـ ⟸ $-5 = \frac{-3}{2} +$ جـ

جـ = $-5 + \frac{3}{2} = \frac{-7}{2}$ المعادلة هى: ص = $\frac{-1}{2}$ س + $\frac{-7}{2}$

إذا كانت أ (-٣،٤) ، ب (-٥،١) ، جـ (٣،٥) فأوجد معادلة المستقيم المار بالرأس أ وينصف ب جـ

الحل

منتصف ب جـ = $\left(\frac{3+5}{2} , \frac{-1+5}{2}\right) = \left(\frac{8}{2} , \frac{4}{2}\right) = (4 , 2)$

∵ المستقيم يمر بالنقطة أ (-٣،٤) وبمنتصف ب جـ (٤،٢)

∴ م = $\frac{2-4}{4- -3} = \frac{-2}{7}$ **المعادلة:** ص = $\frac{-2}{7}$ س + جـ

∵ المستقيم يمر بالنقطة (٤،٢) ⟸ س = ٤ ، ص = ٢

$2 = \frac{-2}{7} \times 4 +$ جـ ⟸ $2 = \frac{-8}{7} +$ جـ ⟸ جـ $= 2 + \frac{8}{7}$

جـ = $\frac{22}{7}$ **المعادلة هى :** ص = $\frac{-1}{2}$ س + ٤

أوجد معادلة المستقيم العمودى على أ ب من نقطة منتصفها حيث أ(١،٣) ، ب (٣،٥)

الحل

م$_2$ = $\frac{5-3}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$ ⟸ م$_1$ = -١ (لأن المستقيمان متعامدان)

منتصف أ ب = $\left(\frac{1+3}{2} , \frac{3+5}{2}\right) = \left(\frac{4}{2} , \frac{8}{2}\right) = (2 , 4)$

∵ المستقيم يمر بالنقطة (٢،٤) ∴ نأخذ س=٢ ، ص=٤

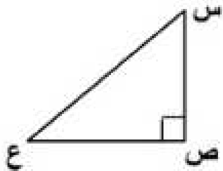
ص= م س + جـ ⟸ ٤ = -١ × ٢ + جـ ⟸ ٤ = -٢ + جـ

جـ = ٦ المعادلة هى: ص = - س + ٦

إذا كان المثلث الذى رؤوسه النقط ص (٤،٢) ، س (٥،٣) ، ع (-٥،أ) قائم الزاوية فى ص فأوجد قيمة أ

الحل

∵ Δ قائم فى ص ∴ س ص ، ص ع متعامدان



ميل س ص = $\frac{2-5}{4-3} = -3$

ميل ص ع = $\frac{\text{أ} - 2}{-5-4} = \frac{\text{أ} - 2}{-9}$

∵ س ص ، ص ع متعامدان ∴ المجهول = - شقلوب المعلوم

$\frac{\text{أ} - 2}{-9} = \frac{1}{3}$ أ - ٢ = -٣ أ = -١

أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الإحداثيات السينى والصادى جزءين موجبين طوليهما ٤ ، ٩

الحل

المستقيم يمر بالنقطتين (٤،٠) ، (٠،٩)

م = $\frac{9-0}{0-4} = \frac{9}{-4}$ ، جـ = ٩

المعادلة هى: ص= - $\frac{9}{4}$ س +٩

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١،٣) ،(-١،-٣)

الحل

ص = م س + جـ

م = $\frac{-3-3}{-1-1} = \frac{-6}{-2} = 3$ المعادلة: ص = ٣ س + جـ

من الزوج (١،٣) بالتعويض عن : س = ١ ، ص = ٣

٣ = ٣ × ١ + جـ ⟸ ٣ = ٣ + جـ ⟸ جـ = ٠

المعادلة هى : ص = ٣س

بين نوع المثلث الذى رؤوسه النقط أ (٣،٣) ، ب (٥،١) ، جـ (٣،١) بالنسبة لأضلاعه

الحل

أ ب = $\sqrt{(١-٣)^٢ + (٥-٣)^٢}$ = $\sqrt{(-٢)^٢ + (٢)^٢}$

= $\sqrt{٤ + ٤}$ = $\sqrt{٨}$

ب جـ = $\sqrt{(١-١)^٢ + (٣-٥)^٢}$ = $\sqrt{(٠)^٢ + (-٢)^٢}$

= $\sqrt{٠ + ٤}$ = $\sqrt{٤}$ = ٢

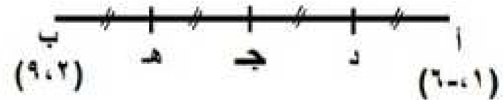
أ جـ = $\sqrt{(١-٣)^٢ + (٣-٣)^٢}$ = $\sqrt{(-٢)^٢ + (٠)^٢}$

= $\sqrt{٤ + ٠}$ = $\sqrt{٤}$ = ٢

∵ ب جـ = أ جـ ∴ Δ متساوى الساقين

إذا كانت أ (١،-٦) ، ب (٩،٢) فأوجد إحداثيات النقط التى تقسم أ ب إلى أربعة أجزاء متساوية فى الطول

الحل



(٩،٢) (١،-٦)

إحداثى جـ (منتصف أب) = $(\frac{١+٩}{٢} ، \frac{-٦+٢}{٢})$ = (٥ ،-٢)

إحداثى د (منتصف أجـ) = $(\frac{١+٥}{٢} ، \frac{-٦+-٢}{٢})$ = (٣ ،-٤)

إحداثى هـ (منتصف جـ ب) = $(\frac{٥+٩}{٢} ، \frac{-٢+٢}{٢})$ = (٧ ، ٠)

أ ب جـ د شكل رباعى حيث أ (٥،٣) ، ب (٦،-٢) ، جـ (١،-١) ، د (٠،٤) اثبت أن الشكل أ ب جـ د معين واوجد مساحته

الحل

أ ب = $\sqrt{(٦-٥)^٢ + (-٢-٣)^٢}$ = $\sqrt{(١)^٢ + (-٥)^٢}$

= $\sqrt{١ + ٢٥}$ = $\sqrt{٢٦}$

ب جـ = $\sqrt{(١-٦)^٢ + (-١--٢)^٢}$ = $\sqrt{(-٥)^٢ + (١)^٢}$

= $\sqrt{٢٥ + ١}$ = $\sqrt{٢٦}$

جـ د = $\sqrt{(٠-١)^٢ + (٤--١)^٢}$ = $\sqrt{(-١)^٢ + (٥)^٢}$

= $\sqrt{١ + ٢٥}$ = $\sqrt{٢٦}$

أ د = $\sqrt{(٠-٥)^٢ + (٤-٣)^٢}$ = $\sqrt{(-٥)^٢ + (١)^٢}$

= $\sqrt{٢٥ + ١}$ = $\sqrt{٢٦}$

نحسب القطران أ جـ ، ب د

أ جـ = $\sqrt{(١-٥)^٢ + (-١-٣)^٢}$ = $\sqrt{(-٤)^٢ + (-٤)^٢}$

= $\sqrt{١٦ + ١٦}$ = $\sqrt{٣٢}$

ب د = $\sqrt{(٠-٦)^٢ + (٤--٢)^٢}$ = $\sqrt{(-٦)^٢ + (٦)^٢}$

= $\sqrt{٣٦ + ٣٦}$ = $\sqrt{٧٢}$

∵ أ ب = ب جـ = جـ د = أ د ، أ جـ ≠ ب د ∴ الشكل معين

مساحة المعين = $\frac{١}{٢} \times \sqrt{٣٢} \times \sqrt{٧٢}$ = ٤٨

اثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٢،-١) ، (٦،٣) يوازى المستقيم الذى يصنع زاوية قياسها ٤٥°

الحل

$م_١$ = $\frac{٣--١}{٦-٢}$ = $\frac{٤}{٤}$ = ١ $م_٢$ = ظا ٤٥ = ١

∵ $م_١ = م_٢$ ∴ المستقيمان متوازيان

إعداد / محمود عوض حسن

اسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

١) **إذا كان ظا (س+١٠) = ١** حيث س زاوية حادة فإن ق (س̂) = ...

(أ) ٣٥ (ب) ٤٥ (جـ) ١١ (د) ٤٠

٢) **ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = ...**

(أ) -١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) غير معرف

الحل: ....

٣) **إذا كان أ ب قطر فى دائرة م حيث أ (٣ ، -٥) ، ب (٥ ، ١) فإن مركز الدائرة م هو ....**

(أ) (-٤،-٢) (ب) (٤،-٢) (جـ) (٢،٢) (د) (٨،-٢)

الحل: ....

٤) **٤ جتا ٣٠ ظا ٦٠ = ...**

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) $\sqrt{٣}$

الحل: ....

٥) **إذا كان جا٢س = ٠,٥ وكانت س زاوية حادة فإن ق(س̂) = ...**

(أ) ٧٠ (ب) ٦٠ (جـ) ١٥ (د) ٣٠

الحل: ....

٦) **بعد النقطة (٢،-٤) عن محور السينات = ...**

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) -٤ (د) ٦

٧) **الخط المستقيم الذى معادلته ٣ص = ٢ س - ٦ يقطع جزءا من محور الصادات طوله = ...** وحدة طول

(أ) ٦ (ب) -٢ (جـ) ٢ (د) -٣

٨) **إذا كان المستقيم ل س – ٥ ص + ٧ = صفر يوازى محور السينات فإن ل = ...**

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٥ (د) ٧

الحل : ....

٩) **ميل المستقيم الذى معادلته ٣ س – ٤ ص + ١٢ = ٠ هو ....**

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{-٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) $\frac{-٤}{٣}$

الحل: ....

١٠) **بعد النقطة (٣ ، ٤) عن نقطة الأصل = ...** وحدة طول

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ٥

١١) المستقيم الذى معادلته ٢ س – ٣ ص – ٦ = ٠ يقطع من محور الصادات جزءا طوله ....

(أ) -٦ (ب) -٢ (جـ) ٢ (د) $\frac{٢}{٣}$

الحل: ....

١٢) معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣،-٥) ويوازى محور الصادات هى ....

(أ) س = ٣ (ب) ص = -٥ (جـ) ص = ٢ (د) س = -٥

الحل: ....

١٣) إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ٠,٧٥ فإن ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) ٠,٢٥ (د) ٠,٥٧

الحل: ....

١٤) البعد العمودى بين المستقيمين س – ٢ = ٠ ، س + ٣ = ٠ يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) ٢ (د) ٣

الحل: ....

١٥) إذا كان جا هـ = جتا هـ فإن ق($\hat{هـ}$) = ...

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٩٠

١٦) إذا كانت (٢،٣) منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (٣،-٢) فإن إحداثى ب هو ....

(أ) (٦،٣) (ب) (٠،٠) (جـ) (٠،٦) (د) (٥،١)

١٧) طول القطعة المستقيمة المرسومة بين النقطتين (٠،٠) ، (١٢،٥) = ... وحدة طول

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١٣

الحل: ....

١٨) معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ٣ ويمر بنقطة الأصل هى........

(أ) س=٣ (ب) ص=٣ (جـ) ص=٣س (د) ص= -٣س

١٩) الخط المستقيم ص – ٢ س – ٥ = ٠ يقطع من المحور الصادى جزءا طوله .... وحدة طول

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ١٠

الحل: ....

٢٠) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ،فيه أ (-٣،٤) ، ب (-١،-٢) فإن ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = ...

(أ) -٣ (ب) ٣ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{-١}{٣}$

الحل: ....

٢١) إذا كان أ ب ⊥ جـ د ، وكان ميل أ ب = ٢/٣ فإن ميل جـ د = ...

(أ) ٣/٢ (ب) -٣/٢ (جـ) ٢/٣ (د) ٤/٩

٢٢) ظا أ = ...

(أ) جا أ جتا أ (ب) جا أ / جتا أ (جـ) جتا أ / جا أ (د) ١ / جتا أ

٢٣) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١،ص) ، (٣،٤) ميله يساوى ظا ٤٥ فإن ص = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) -١ (د) ٤

الحل ....

أفكار للمسائل التراكمية

٢٤) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع = ...

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) صفر

٢٥) المثلث أ ب جـ فيه أ ب > أ جـ فإن ق (ب) .... ق (جـ)

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≥

٢٦) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع = ...

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٤٥

٢٧) محيط الدائرة = ...

(أ) π نق (ب) π نق² (جـ) ٢ π نق (د) ٤ π نق

٢٨) Δ أ ب جـ المتساوى الساقين إذا كان إحدى زوايا القاعدة = ٣٠° فإن قياس زاوية الرأس = ...

(أ) ١٢٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٧٥ (د) ٣٠

٢٩) أ ب جـ د متوازى أضلاع ن فإذا كان ق (أ) = ٤٠° فإن ق (ب) = ...

(أ) ٤٠ (ب) ٨٠ (جـ) ١٢٠ (د) ١٤٠

٣٠) مربع محيطه ١٦ سم² فإن مساحته = ...

(أ) ٦٤ (ب) ١٦ (جـ) ٨ (د) ٤

٣١) إذا كان طولا ضلعين فى مثلث متساوى الساقين ٣ سم ، ٧ سم فإن طول الضلع الثالث = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١٠

مع تمنياتى لكم بالتوفيق والنجاح

محمود عوض حسن

إجابات أسئلة الإختيار من متعدد

رقم السؤال	الإجابة	رقم السؤال	الإجابة
١	٣٥	١٧	١٣
٢	صفر	١٨	ص=٣س
٣	(٤،-٢)	١٩	٥
٤	٦	٢٠	$\frac{١}{٣}$
٥	١٥	٢١	$\frac{-٣}{٢}$
٦	٤	٢٢	$\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$
٧	٢	٢٣	٢
٨	صفر	٢٤	٣
٩	$\frac{٣}{٤}$	٢٥	>
١٠	٥	٢٦	١٢٠
١١	٢	٢٧	٢ π نق
١٢	س = ٣	٢٨	١٢٠
١٣	$\frac{٣}{٤}$	٢٩	١٤٠
١٤	٥	٣٠	١٦
١٥	٤٥	٣١	٧
١٦	(٣،٦)		

محمود عوض حسن

أسئلة الاختيار

(١) ظا٤٥ = ...

(أ) $\sqrt{3}$ (ب) ١ (جـ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (د) $\frac{1}{3}$

(٢) ميل المستقيم الموازى لمحور السينات يساوى..

(أ) -١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) غيرمعرف

(٣) الخط المستقيم الذى معادلته ٣ص = ٢س + ٦ يقطع جزاء من محور الصادات طوله .....وحدة طول

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) $\frac{2}{3}$

(٤) اذا كانت جاس = $\frac{1}{2}$ حيث س قياس زاوية حاده فان س = ...

(أ) ٩٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٤٥ (د) ٣٠

(٥) فى ▲ أ ب جـ القائم الزاوية يكون جا أ + جتاجـ =...

(أ) ٢ جا أ (ب) ٢جاجـ (جـ) ٢جا ب (د) ٢ جتا أ

(٦) طول القطعة المستقيمة المرسومة بين (٠ ، ٠) ، (٥ ، ١٢)=............................

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١٣

(٧) إذا كان ٢جاس = ظا٦٠ حيث س زاوية حادة فإن ق (<س) =..............................

(أ) ١٥ (ب) ٦٠ (جـ) ٣٠ (د) ٤٥

(٨) البعد العمودي بين المستقيمين ص – ٢ = ٠ ، ص + ٣ = ٠ يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٢ (د) ‎-٥

(٩) اذا كانت جتا ٢ س = $\frac{1}{2}$ فان قياس زاوية س =...

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٥ (د) ٦٠

(١٠) دائرة مركزها نقطة الاصل ونصف قطرها ٢ فان النقطة التى تنتمى اليها هى ....

(أ) (١،٢) (ب) (-٢ ، ١) (جـ) ($\sqrt{3}$ ، ١) (د) ($\sqrt{2}$ ، ١)

(١١) اذا كانت جاس = $\frac{1}{2}$ حيث س قياس زاوية حادة فان : س = ...

(أ) ٩٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٤٥ (د) ٣٠

(١٢) ٤ جتا ٣٠ طا٦٠ = ...

(أ) ٦ (ب) ٢ $\sqrt{3}$ (جـ) ٣ (د) ٤

(١٣) في المثلث أ ب جـ اذا كان ق(< أ) = ٨٥ ، جا ب = جتا ب فان : ق(<جـ)=.................

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٥٠ (د) ٦٠

(١٤) اذا كانت جا ب = جتا ب حيث ب زاوية حاده فان ظا ب=..........................

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(١٥) في المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب يكون جا أ + جتا جـ =.........................

(أ) ٢ جا أ (ب) ٢ جا جـ (جـ) ٢ جا ب (د) ٢ جتا أ

(١٦) جا٣٥ = جتا ....

(أ) ٣٥ (ب) ٥٥ (جـ) ٩٠ (د)١٤٥

(١٧)معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة(٣ ' -٥) ويوازى محور الصادات هى ....

(أ)س = ٢ (ب) ص= -٥ (جـ) ص= ٣ (د)س = -٥

(١٨) البعد بين النقطتين (-٤ ، ٠) ، (٠ ، -٣) هو..................

(أ) -١ (ب) -٧ (جـ) ٥ (د) ١٢

(١٩) المستقيم ٣ص = ٤س + ١٢ يقطع من الاتجاه الموجب لمحور الصادات جزءا طوله ....وحده

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

(٢٠) اذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٣}{٢}$ ، $\frac{٦}{ك}$ متوازيين فان ك =...........................

(أ)٦ (ب)-٤ (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د)٢

(٢١) المستقيمان اللذان ميليهما $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ....

(أ) متوازيان (ب) متعامدان (جـ) منطبقان (د)غير ذالك

(٢٢) إذا كان ا ب ج د متوازي أضلاع فان ميل ا ب = ميل ....

(أ) ب جـ (ب) جـ د (جـ) أ جـ (د) ب د

(٢٣)اذا كانت جتا ٢ س = $\frac{١}{٢}$ حيث (٢س) قياس زاوية حادة فان س = ...

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٥ (د)٦٠

(٢٤) (٦) مساحة المثلث المحدد بالمستقيمات س = ٠، ص = ٠، ٣س – ٤ص = ١٢ هى ..... وحده مربعة

(أ) ٦ (ب) ١٢ (جـ) ٧ (د) ١٥

(٢٥) اذا كان طا(٢س – ٥) = ١ حيث س زاوية حادة فان س = ...

(أ) ٤٥ (ب) ٣٥ (جـ) ٢٥ (د)١٥

(٢٦)اذا كانت النقطة (٤ ، ٦) تحقق المعادلة : ص = س جا٣٠ + جـ فان جـ=............

(أ) ٤ (ب)٦ (جـ) ٨ (د)٢

(٢٧) المستقيمان ص = ١ – (م – ٢) س ، ٢ص – ٤ س = ٣ متوازيان عند قيمة م = ...

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) ٢ (د)-٢

(٢٨) إذا كان ميل س ص × ميل ص ع = - ١ فان Δ س ص ع ....

(أ) حاد الزاوية (ب) قائم الزاوية (جـ) منفرج الزاوية (د)متساوى الاضلاع

(٢٩) إذا كان ا ب ج د متوازي أضلاع فان ميل ا ب = ميل ....

(أ) أ جـ (ب) ب د (جـ) ب جـ (د) جـ د

(٣٠) إذا كانت النقطة (٣ ، أ) ∋ للمستقيم ٢ص + س = ١ فان أ = ...

(أ) -١ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) -٢

(٣١) لاى زاوية حادة أ يكون طا أ = ...

(أ) $\frac{\text{جا(أ)}}{\text{جتا(أ)}}$ (ب) $\frac{\text{جتا(أ)}}{\text{جا(أ)}}$ (جـ) جا أ جتا أ (د) جاأ + جتا أ

(٣٢) فى المثلث د هـ و القائم فى هـ أى العلاقات التالية خطا

(أ) طا ء × طاو= ١ (ب) جا ء =جتاو (جـ)جتاء = جاو (د) جتا ء = جاهـ

(٣٣)اذا كان جا٧٠ = جتا س حيث س زاوية حادة فان س = ...

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٥٠ (د) ٦٠

اسئلة الاكمال

(١)البعد بين النقطتين (٩، ٠) ، (٤ ، ٠) يساوى ....

(٢)البعد بين النقطتين (٠ ، ١١) ، (٠ ، ٥) =..............................

(٣)البعد بين النقطة (٤ ، ٣) ونقطة الاصل =..............................

(٤)البعد بين النقطة (٥ ، ٠) ، (٠ ، -١٢) يساوى ....

(٥)قطر الدائرة التى مركزها (٨ ، ٥) وتمر بالنقطة (٤ ، ٢) يساوى ....نق = =

(٦)اذا كان البعد بين النقطتين (أ ، ٠) ، (٠ ، ١) هو وحدة طول فان أ =.............

(٧)بعد النقطة (٣ ، - ٤) عن محور السينات =......................(.الجواب : ٤)

عن محور السينات = |ص| ، عن محور الصادات = |س|

(٨)فى المربع أ ب جـ ء اذا كان أ(٢ ، -٥) ، ب(-١ ، -١) فان محيط المربع يساوى ....

(٩)منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين (٢ ، ٥) ، (٤ ، ٣) هى النقطة.....................

(١٠)اذاكان (٢ ، ١) منتصف أ ب حيث أ(٣ ، -٤) ، ب(م ، ٦) فان م =..............................

(١١)اذا كانت نقطة الاصل هى منتصف أب حيث أ(٥ ، -٢) ، ب =..........................

(١٢) اذا كان أب // جـ ء وكان ميل أب= ٠,٥٧ فان ميل جـ ء =.............................

(١٣) اذا كانت ص = م س + جـ فان

(أ) معادلة المستقيم عندما م = ١ ، جـ =٣ هى ....

(ب) معادلة المستقيم عندما م = ٣ ، جـ = صفرهى ....

(١٤)ميل المستقيم الموازى للمستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (-٢ ، ٣) يساوى ....

(١٥) ميل المستقيم العمودي على المستقيم ٣س – ٤ص + ٦ = ٠ هو ....

(١٦) المستقيم المار بالنقطتين (١،١) ، (٢،٢) يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها.......

(١٧) حا ٣٠ = جتا ....

(١٨) معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٢ ، ٣) ويوازى محور السينات هي ....

(١٩) المستقيم الذى معادلته ٢س + ٥ص = ١٠ يقطع من محور السينات جزءا طوله .... وحده

(٢٠) أ ب جـ مثلث قائم فى ب فيه أ (١ ، ٤) ، ب (- ١ ، - ٢) فان ميل ب جـ= ....

(٢١)اذا كان المستقيم جـ ء يوازى محور الصادات حيث جـ (م ، ٤) ، ء(-٥ ، ٧) فان م =..

(٢٢) اذا كان المستقيم المار بالنقطتين (أ ، ٠) ، (٠ ، ٣) والمستقيم الذى يصنع زاوية قياسها ٣٠ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات متعامدان فان أ =.............................

(٢٣) اذا س ، ص قياسى زاويتين متتامتين بحيث س : ص = ١ : ٢فان جا س + جتاص=.

(٢٤) اذا كانت (٠ ، أ) تنتمى للمستقيم ٣س – ٤ ص + ١٢ = ٠ فان أ =..........................

(٢٥) اذا كان جا(س + ص) = ٠,٥ فان ص = ...

(٢٦)معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، -٢) ويوازى محور السينات =....................

(٢٧)المستقيم ص= س جا ٣٠ + جـ يمر بالنقطة (٤ ، ٦) فتكون جـ =.........................

(٢٨) اذا كان $م_١$ ، $م_٢$ ميلى مستقيمين متعامدين فان $م_١ \times م_٢$ =................................

(٢٩) ٢ جا٣٠ جتا٣٠ = جا ....

(٣٠) جا٦٠ + جتا٣٠ + ظا٦٠ =...

(٣١)البعد بين النقطة (٤ ، ٣) ونقطة الاصل فى نظام احداثى متعامديساوى..............

(٣٢)معادلة المستقيم الذى يمر بنقطة الاصل وعمودى على ص = ٢س هى ....

(٣٣) جا٦٠ جتا٣٠ – جتا٦٠ جا٣٠ =...

(٣٤) اذا كان ظا٣س = ١ حيث ٣س زاوية حادة فان قيمة س =................................

(٣٥) ميل المستقيم العمودى على ٣س +٤ص – ٩ = ٠ يساوى ....

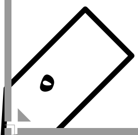
(٣٦) معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (-٢ ، ٧) ويوازى محور الصادات هى ....

(٣٧) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ فيه ظا ب = ١ فيكون ظا جـ جاجـ جتاجـ=..............

(٣٨) ميل الخط المستقيم العمودى على المستقيم الماربالنقطتين (٢ ، ٦) ، (-٤ ، ١) يساوى...

(٣٩) ميل المستقيم ٢س – ٣ص + ١٢ = ٠ يساوى ....

(٤٠)المستقيم الذى معادلته ٢س- ٣ص -٦ = ٠ يقطع من محور الصادات الموجب جزء طوله ....



(٤١) المستقيمان ٣س -٤ص-٣ = ٠ ، ك ص + ٣س - ٨ = ٠ متعامدان فان ك = ...

(٤٢)اذا كان المستقيمان س+ص =٥ ، ك س + ٢ص=٠ متوازيان فان ك=...........

(٤٣)إذا كانت النقطة (-١ ، ٧) علي بعدين متساويين من النقط (س،٣) ، (ص ، ٤) فان س = ... ، ص= ....

(٤٤) البعد بين النقطة (١٥، ٠) و (٦ ، ٠) = ... وحدة طول

(٤٥) طول نصف قطر الدائرة التي مركزها(٧، ٤) وتمر بالنقطة (٣ ،١) = ...وحدة طول

(٤٦) البعد بين النقطة (٣ ، ٥) ، (-٢ ، ١) =.............. وحدة طول.

(٤٧)بعد النقطة (٢ ، -٣) عن محور السينات يساوي ....

(٤٨)بعد النقطة (٢ ، -٣) عن محور الصادات يساوي ....

(٤٩)إذا كان ظا (س + ٢٠) = ظا٣٠ ظا٦٠ حيث س زاوية حادة فإن س = ...

أ/ اسامه عبدالحميد متولى ----٠١١١٣٠٨٨٤٤٩

أسئلة المقال

(١)أ ب جـ مثلث قائم فى ب وكان ٢أ ب = $\sqrt{3}$ أ جـ اوجد النسب المثلثية لزاوية جـ

....

....

....

....

(٢) اثبت ان جتا ٦٠ = جتا^{٢} ٣٠ - جا^{٢} ٣٠ .

....

....

....

....

(٣)اثبت ان : ظا ٦٠ = ٢ ظا ٣٠ ÷ (١ – ظا^{٢} ٣٠)

....

....

....

....

(٤) اثبت ان جتا٦٠ جتا٣٠ – جا٦٠ جا٣٠ = صفر

....

....

....

....

(٥) أ ب جـ ء متوازى اضلاع تقاطع قطراه فى هـ حيث أ(٣ ، -١) ، ب (٦ ، ٢) ، جـ (١ ، ٧)

أوجد احداثى هـ ، ء وطول ء هـ

....

....

....

....

(٦)س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ع ، س ع = ٧ سم ، س ص = ٢٥ سم

أوجد قيمة كلا من

(١) ظاس × ظاص (٢) $جا^{٢}$ س + $جا^{٢}$ ص

....

....

....

(٧) أثبت أن المثلث الذى رؤوسه أ(٣ ، ٢) ، ب (-٤ ، ١) ، جـ (٢ ، -١) قائم الزاوية ثم اوجد مساحة سطحه

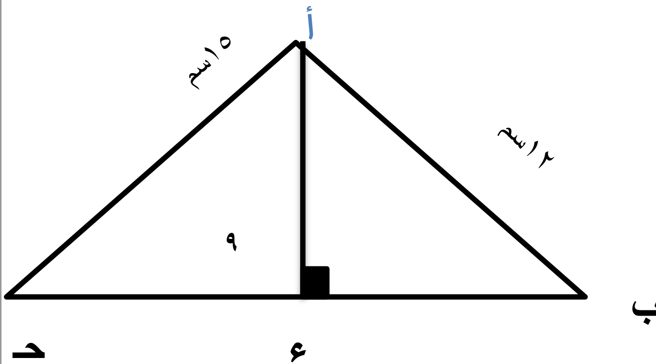
....

....

....

(٨)فى الشكل المقابل اوجدفى ابسط صورة قيمة:-

$$\frac{ظا(\angle جاء)+ظا(\angle باء)}{ظا(\angle جاء)-ظا(\angle باء)}$$



....

....

(٩) برهن صحة ان $جا^{٣}$ ٣٠ = ٩ $جتا^{٣}$ ٦٠ – $ظا^{٢}$ ٤٥

....

....

(١٠)أ ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه أ ب = أ جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٨ سم

أوجد جميع الدوال المثلثية الأساسية لزاوية جـ

....

....

....

....

.

(١٢) أ ب جـ ء شبه منحرف فيه أ ب // ب جـ ، ق (< ب) = ٩٠ ، أ ب = ٣ سم ، أ ء = ٦ سم

ب جـ = ١٠ سم اثبت ان جتا (< ء جـ ب) - ظا (< أ جـ ب) = $\frac{1}{2}$

....

....

....

....

....

....

....

....

.

(١٣) أثبت أن المثلث أ ب جـ حيث h=(٥ ، -٥) ، ب=(-١ ، ٧) ، جـ = (١٥ ، ١٥) قائم الزاوية

في ب وأوجد مساحته

....

....

....

....

.

(١٤) بدون استخدام الحاسبة إذا كان ٢جاس = جا٣٠ جتا٦٠ + جتا٣٠ جا٦٠ فأوجد ق (س) حيث س زاوية حادة

....

....

....

(١٥) إثبت أن النقط أ(١ ،٤) ، ب(٤ ، ٩) ، جـ(-١ ،١٢) ، ء = (-٤ ، ٧) هى رؤوس مربع وأوجد مساحته

....

....

....

(١٦)] إذا كانت أ = (١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ص) وكان طول أ ب = $\sqrt{١٣}$ أوجد قيمة ص

....

....

....

....

(١٧) المثلث : ا ب جـ فيه قائم الزاوية فى ب ، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم

أوجد قيمة : (١) جا أ جتا جـ + جتا أ جا جـ ،

....

....

....

(١٨)أثبت أن : جا ٢ جـ + جتا ٢ = ١

....

....

....

....

(١٩)أثبت أن النقطة م= (-٤ ، ٦) هي مركز الدائرة التي تمر بالنقط h= (-٦ ، ٢) ، ب = (٠ ، ٨) ، جـ = (-٨ ، ٤) وأوجد طول نصف قطرها

....

....

....

....

(٢٠) إذا كانت أ = (١ ، ٢) ، ب = (-٣ ، ٥) ، جـ = (-٢ ، ٧) ، ء = (٢ ، ٤) إثبت أن الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

....

....

....

....

(٢١) إثبت أن النقط أ=(٥ ، ٩) ، ب = (-٢ ، ٢) ، جـ= (١ ، ٦) ، ء = (٢ ، ٥) هى رؤوس معين وأوجد مساحته

....

....

....

....

(٢٢) إثبت أن الشكل الذى رؤوسه النقط أ=(٣ ، ٢) ، ب = (-٣ ، ٢) ، جـ = (٠ ، -١) ، ء=(٠ ، ٥) يكون مربع وأوجد مساحته

....

....

....

....

(٢٣)إثبت أن النقط أ = (١ ، ٥) ، ب = (-٥ ، ٥) ، جـ = (٢ ، ٤) تقع على محيط دائرة واحدة مركزها م = (-٢ ، ١) وأوجد محيطها ومساحته

....

....

....

....

(٢٤) مثل بيانيا فى مستوى احداثى النقط أ (٢ ، ٣) ، ب (-١ ، - ١) ، جـ (٣ ، -٤) ، ء (٦ ، ٠) ثم اثبت انها رؤوس مربع واوجد مساحة سطحه

....

....

....

....

(٢٥) إذا كان أ= (١ ، -٤) ، ب=(١٠ ، -٤) ، جـ = (٩ ، ٢) ، ء = (٢ ، ٢) إثبت أن الشكل أ ب جـ ء شبه منحرف متساوى الساقين

....

....

....

....

(٢٦)إثبت أن الشكل أ ب جـ ء الذى رؤوسه النقط أ=(-٣ ، -٢) ، ب = (٥ ، ٢) ، جـ = (٣ ، ٦) ء = (-١ ، ٤) هى رؤوس شبه منحرف

....

....

....

....

(٢٧) إذا كانت أ = (س ، ١) ، ب = (-٣ ، ص) وكانت جـ = (١ ، ٢) هى منتصف أ ب اوجد قيمة س ، ص

....

....

....

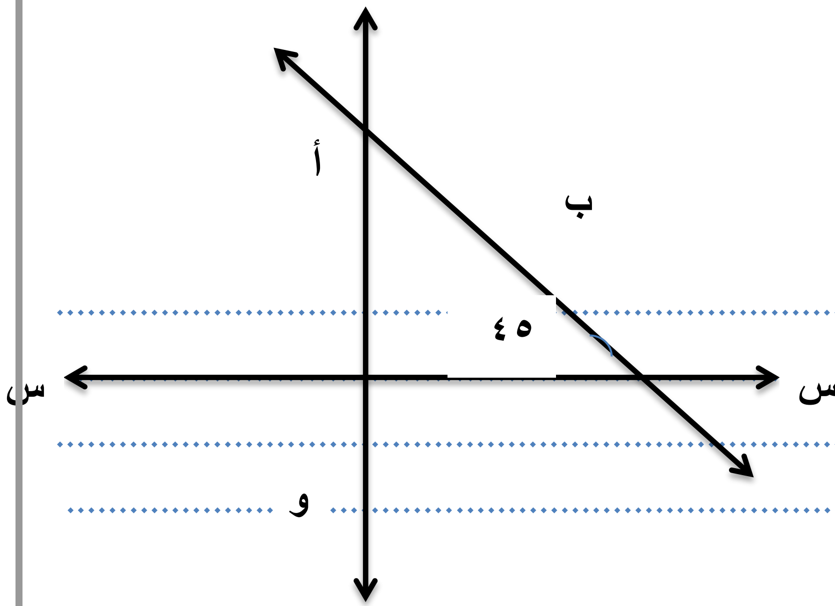
....

(٢٨) فى الشكل المقابل

المستقيم أ ب يقطع من محور السينات جزء طوله ٣ وحدات طول

، ق(< أ ب و) = ٤٥

اوجد معادلة المستقيم أ ب



....

....

....

....

(٢٩) أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ١٢ سم اوجد ق(< أ جـ ب)

ثم اوجدقيمة ٢ ظا (< أ جـ ب) ظا (< ب أ جـ)

....

....

....

....

(٣٠) اثبت باستخدام الميل ان النقط أ (-١ ، ٣) ، ب (٥ ، ١) ، جـ (٦ ، ٤) ، ء (٠ ، ٦)
هى رؤوس مستطيل

....
....
....
....

(٣١) إذا كانت أ = (٥ ، ٣) ، ب = (-١ ، ص) ، جـ = (س ، ١) ، ء = (١ ، ٣) رؤوس متوازى
الاضلاع أ ب جـ ء أوجد قيمتى س ، ص

....
....
....
....

(٣٢) أثبت ان النقط أ (٣ ، - ١) ، ب (- ٤ ، ٦) ، جـ (٢ ، - ٢) تقع على دائرة مركزها م (-
١ ، ٢) ثم أوجد محيط الدائرة .

....
....
....
....

(٣٣) أثبت أن المثلث الذى رؤوسه أ (٦ ، ٠) ، ب (٢ ، - ٤) ، جـ (- ٤ ، ٢) قائم الزاوية
فى ب ، وأوجد مساحة سطحه .

....
....
....
....

(٣٥) أذا كانت : أ (س ، ٣) ، ب (٣ ، ٢) ، جـ (٥ ، ١) وكانت أ ب = ب جـ : فاوجد قيمة س

....

....

....

....

(٣٦) أ ب جـ د شكل رباعى حيث أ(٣ ، ٣) ،ب (١ ، - ١) ، جـ (- ٣ ، - ٣) ، د (- ١ ، ١) أثبت أن الشكل أ ب جـ د معين . ثم أوجد مساحته

....

....

....

....

(٣٧) أثبت أن النقط أ (- ٢ ، ٤) ، ب (٣ ، - ١) ، جـ (٤ ، ٥) هى رؤوس مثلث متساوى الساقين .

....

....

....

....

(٣٨) اذا كانت جـ (٤ ، ٣) هى منتصف أ ب حيث أ (٣ ، ٢) فاوجد احداثى نقطة ب .

....

....

....

....

اسئلة على الميل

(٣٩)أوجد معادلة الخط المستقيم الذى يقطع من محورى الاحداثيات السينى والصادى جزءين موجبين طولاهما ٣ ، ٤ على الترتيب

....

....

....

(٤٠)اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، -٦) وميله $\frac{-٢}{٣}$

....

....

....

(٤١)اثبت ان المستقيم المار بالنقطتين (-٣ ، -٢) ، (٤ ، ٥) يوازى المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥

....

....

....

(٤٢)اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، -٥) ويوازى المستقيم س + ٢ ص – ٧ = ٠

....

....

....

(٤٣) مستقيم ميله $\frac{١}{٢}$ ويقطع جزءا موجبا من محور الصادات طوله وحدتان اوجد

(أ) معادلة الخط المستقيم

....

....

(ب) نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات

....

....

(٤٤) اوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم الذى معادلته

$\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$

....

....

....

(٤٥) اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، -١) ، (١ ، ١)

....

....

....

(٤٦) اذا كان المستقيمان س + ص = ٢ ، ٣ ص + ك س = صفر متوازيين اوجد قيمة ك

....

....

....

(٤٧) اوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٦) وبمنتصف أ ب حيث أ (١ ، -٢) ب(٣ ، -٤)

....

....

....

(٤٨) اذا كان المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطتين(٣ ، ١) ، (٢ ، ص) والمستقيم $ل_٢$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥ فاوجد قيمة ص اذا كان المستقيمان $ل_١$ ، $ل_٢$ متوازيين

....

....

....

(٤٩) اوجد معادلة االمستقيم المار بالنقطة (١ ، -٦) ويوازى المستقيم الذى يصنع زواية موجبة قياسها ٤٥ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

....

....

....

(٥٠)اذا كان المستقيم الذى معادلته أ س – ٢ص +٥ = ٠ يوازى المستقيم الذى يصنع زواية موجبة قياسها ٤٥ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات اوجد قيمة أ

....

....

....

(٥١) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢ ، -١) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل

....

....

....

(٥٢) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، -٥) وعموديا على المستقيم المار بالنقطتين

(١ ، -١) ، (-٣ ، ٣)

....

....

....

(٥٣) إذا كان المستقيمان ك س – ٢ ص + ١ = ٠ ، ٨ س – ك ص +٣ = ٠ متوازيان أوجد ك

....

....

(٥٤) إذا كان المستقيمان ك س – ٦ص = ٥ ، ٣س + ٢ص – ١ = ٠ متعامدان أوجد قيمة ك

....

....

....

(٥٥) أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع أربعة وحدات من الجزء السالب لمحور الصادات وعمودى على المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٥) ، (٤، ١)

....

....

....

....

(٥٦)إذا كانت ظا (س + ١٠) = $\sqrt{3}$ أوجد س حيث س زاوية حادة

....

....

....

....

(٥٧)إذا كان المستقيم الذي معادلته ص + (ك – ١) س = ٥ يوازي المستقيم الذي ميلة – ١ أوجد قيمة ك

....

....

....

....

(٥٨) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = $\frac{٢}{٣}$ وعمودى على المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، -٢) ،(٣ ، ٥)

....

....

....

....

(٥٩) أ ب قطر فى دائرة مركزها م حيث ب (٨ ، ١١) ، م (٥ ، ٧) اوجد

(أ) احداثى أ

الحل نفرض ان أ(س ، ص)

(ب)طول نصف قطر

....

....

....

....

(جـ) معادلة المستقيم العمودى على أ ب من النقطة ب

....

....

....

....

(٦٠) أ ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه أب = أ جـ = ١٠سم ، ب جـ = ١٢ سم ، أ ء ⊥ ب جـ اوجد ق(<ب) ثم اوجد مساحة المثلث

....

....

....

....

(٦١) اذا كانت النقطة جـ (٦ ، -٤) هى منتصف أ ب حيث أ(٥ ، -٣) فاوجد احداثى النقطة ب

....

....

....

....

(٦٢)بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمةس حيث س زاوية حادة

جتاس= ٢ جتا٣٠ جا٦٠ – ظا^{٢} ٤٥

....

....

....

....

(٦٣) زاويتان أ ، ب متتامتان النسبة بينهما ٢: ١ اوجد جا أ + جتا ب

....

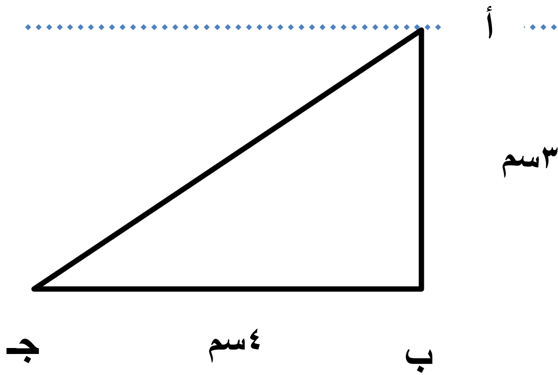
....

....

(٦٤) فى الشكل المقابل :-

برهن ان

جاأ جتا أ + جتاأ جا جـ = ١



....

....

....

....

(٦٥)إذا كان المستقيم المار بالنقطتين(٣،١)،(٥،٢)يوازي المستقيم المار بالنقطتين(٧،٣)(٥،م) أوجد قيمة م

....

....

....

....

(٦٦)اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٠ ، ٢) ويوازى المستقيم الذى ميله - $\frac{١}{٣}$ ؟

....

....

....

....

(٦٧) إثبت أن النقط أ = (١ ، ٣) ، ب = (٥ ، -١) ، جـ = (٣ ، ١) تقع على أستقامة واحدة

....

....

....

....

(٦٨) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة

جا٤٥° جتا٤٥° + جا٣٠° جتا٦٠° ـ جتا^{٢} ٣٠°

....

....

....

....

(٦٩) إذا كان المستقيمان ك س – ٤ص + ١ = ٠ يوازى المستقيم الذى معادلته

٥س - ٢ ص + ٣ = ٠ أوجد قيمة ك

....

....

....

....

(٧٠) أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الاحداثيات السينى والصادى جزءين موجبين طولاهما ١ ، ٤ وحدات طول على الترتيب ثم اوجد ميل المستقيم

....

....

....

....

(٧٢)أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى جـ فيه أ جـ =٦سم ، ب جـ = ٨سم اوجد جتاأ جتاب – جاأ جاب

....

....

....

....

(٧٣) أوجد معادلة الخط المستقيم الذى يمر بنقطة الاصل وعمودى على المستقيم الذى معادلته ٣ س + ٢ ص = ٧

....

....

....

....

(٧٤) أوجد معادلة الخط المستقيم الذى يقطع من محور الصادات جزءا سالبا طوله ٣ وحدات ويوازى المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥

....

....

....

....

(٧٥) أثبت ان المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (٥ ، ٦) يوازى المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ٥) ،(- ١ ، ١)

....

....

....

....

(٧٦) أذا كان المستقيم أ ب / / محور الصادات حيث أ (س ، ٧) ، ب (٣ ، ٥) فاوجد قيمة س .

....

....

....

....

(٧٧) أذا كان المستقيم جـ د / / محور السينات حيث جـ (٤ ، ٢) ، د (- ٥ ، ص) فاوجد قيمة ص

....

....

....

....

.

(٧٨) أثبت أن النقط أ (٤ ، ٣) ، ب (١ ، ١) ، جـ (- ٥ ، - ٣) تقع على استقامة واحدة .

....

....

....

....

(٧٩) أذا كانت النقط (٠ ، ١) ، (أ ، ٣) ، (٢ ، ٥) تقع على استقامة واحدة فاوجد قيمة أ

....

....

....

....

(٨٠)إذا كان حا هـ = ٢جا٣٠° جتا٣٠° ظا٣٠° أوجد ق(هـ) حيث هـ زاوية حادة

....

....

....

....

(٨١) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودى على الخط المستقيم المار بالنقطتين أ (٢ ، - ٣) ، ب (٥ ، - ٤)

....

....

....

....

(٨٢) أوجد قيمة س إذا كان ٤س = جتا^{٢} ٣٠° ظا^{٢} ٣٠° ظا^{٢} ٤٥

....

....

....

....

(٨٣) أوجد معادلة الخط المستقيم الذى يقطع جزءا موجبا من محور الصادات طوله ٥ وحدات طولية وعمودى على المستقيم المار بالنقطتين (- ٢ ، ١) ، (٢ ، ٧)

....

....

....

....

(٨٤) أوجد معادلة الخط المستقيم الذى عمودى على المستقيم : ٣ س − ٤ ص + ٧ = ٠
ويقطع من الاتجاه الموجب لمحور الصادات جزءا طوله ٦ وحدات .

....

....

....

....

(٨٥) إذا كان ظا ٣ س = ١ أوجد قيمة س حيث ٠ < س < ٩٠

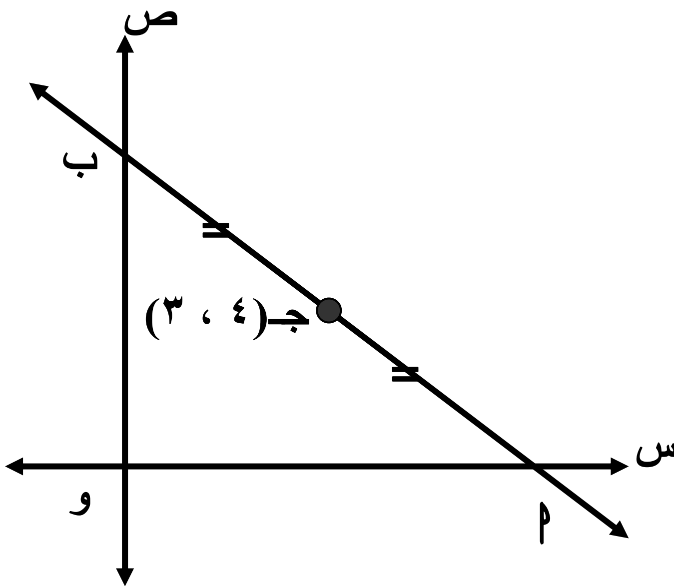
....

....

....

....

(٨٦) في الشكل المقابل جـ = (٤ ، ٣)
أوجد إحداثي نقطة أ ، ب
ثم أوجد طول $\overline{\text{أ}}$ ، $\overline{\text{ب}}$



....

....

....

....

المراجعة النهائية

السؤال الأول

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

(١) إذا كانت جتا ٢س = $\frac{١}{٢}$ حيث ٢س قياس زاوية حادة فإن س = ... °

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٥ (د) ٦٠

(٢) ظا ٤٥° = ...

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (جـ) ١ (د) $\frac{١}{٢}$

(٣) ظا ٤٥° جا ٣٠° = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

(٤) ٢ جا ٣٠ جتا ٣٠ = ...

(أ) جا ٦٠ (ب) جتا ٦٠ (جـ) ظا ٦٠ (د) ٢ جا ٦٠

(٥) المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم فيكون جا أ جا جـ = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{٩}{٢٥}$ (جـ) $\frac{١٢}{٢٥}$ (د) $\frac{١٦}{٢٥}$

(٦) ٤ جتا ٣٠ ظا ٦٠ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) $\sqrt{٣}$

(٧) في المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب يكون جا أ + جتا جـ = ...

(أ) ٢ جا أ (ب) ٢ جا جـ (جـ) ٢ جا ب (د) ٢ جتا أ

(٨) إذا كان ظا ٣س = $\sqrt{٣}$ حيث ٣س قياس زاوية حادة فإن س = ...°

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٣٠ (د) ٦٠

(٩) إذا كان جا س = $\frac{١}{٢}$ ، س زاوية حادة فإن جا ٢س = ...

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

(١٠) إذا كان ظا (س+١٠) = ١ حيث س زاوية حادة فإن ق(∠س) = ...

(أ) ١١ (ب) ٤٥ (ج) ٣٥ (د) ٤٠

(١١) إذا كان جا٢س = ٠,٥ وكانت س زاوية حادة فإن ق(∠س) = ...

(أ) ٣٠ (ب) ١٥ (ج) ٤٥ (د) ٦٠

(١٢) إذا كان جا هـ = جتا هـ فإن ق(∠هـ) = ...

(أ) ٦٠ (ب) ٤٥ (ج) ٣٠ (د) ٩٠

(١٣) ظا أ = ...

(أ) جا أ جتا أ (ب) $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$ (ج) $\frac{\text{جتا أ}}{\text{جا أ}}$ (د) $\frac{1}{\text{جتا أ}}$

(١٤) س زاوية حادة موجبة ، ٢ جا س ـ ١ = ٠ فإن ق(∠س) = ...

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (ج) ٦٠ (د) ٩٠

(١٥) س , ص زاويتان متتامتان فإذا كانت جا س = $\frac{3}{5}$ فإن جتا ص =.....

(أ) $\frac{3}{4}$ (ب) $\frac{3}{5}$ (ج) $\frac{4}{5}$ (د) $\frac{5}{3}$

(١٦) جتا هـ ظا ٣٠° = جتا٢ ٤٥° فإن ق(∠هـ) = ... °

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (ج) ٦٠ (د) ٩٠

(١٧) في المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في جـ يكون جا ب + جتا ب ١

(أ) = (ب) < (ج) > (د) ≥

(١٨) جا٢ ٦٠ ـ جتا٢ ٦٠ = ... °

(أ) صفر (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) ١

(١٩) لأى زاويتين حادتين س ، ص إذا كان جاس = جتاص فإن س + ص = ... °

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (ج) ٦٠ (د) ٩٠

(٢٠) إذا كان جا(٢س+١٠) = $\frac{١}{٢}$ حيث س زاوية حادة فإن س = ...

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٣٠ (د) ٦٠

(٢١) جا ٦٠° + جتا ٣٠° + ظا ٦٠° = ...

(أ) - $\sqrt{٣}$ (ب) ٣ $\sqrt{٣}$ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) ٢ $\sqrt{٣}$

(٢٢) إذا كانت ظا $\frac{٣س}{٢}$ = ١ حيث س زاوية حادة فإن ق(∠س) = ...

(أ) ٦٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٣٠ (د) ١٠

(٢٣) Δ أ ب جـ فيه ق(∠ب) = ٩٠°، ٣ظاجـ - ٤ = ٠ فإن ٢٥جاجـ جتاجـ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٢٥ (د) ١٢

(٢٤) إذا كان ق(∠أ) = ٧٥ ° ، جا ب = جتا أ حيث ب زاوية حادة فإن ق(∠ب) = ...°

(أ) ٧٥ (ب) ١٠٥ (جـ) ١٥ (د) ٤٥

(٢٥) إذا كان جا (س + ٥) = $\frac{١}{٢}$ حيث (س + ٥) زاوية حادة فإن ظا (س + ٢٠) = ...

(أ) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ (ب) ١ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

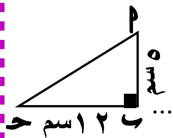
(٢٦) Δ أ ب جـ القائم في أ، ظا ب = ١ فإن ظا جـ جا جـ جتا جـ = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

(٢٧) في Δ أ ب جـ القائم في ب : إذا كان جا جـ = $\frac{٣}{٥}$ ، أ ب = ٦ سم فإن مساحة Δ أ ب جـ = ...سم٢

(أ) ٩٦ (ب) ٤٨ (جـ) ٢٤ (د) ١٢

(٢٨) في الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ١٢ سم فإن جا أ = ...

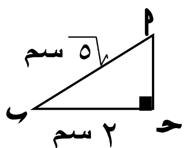


(أ) $\frac{٥}{١٢}$ (ب) $\frac{١٢}{٥}$ (جـ) $\frac{١٢}{١٣}$ (د) $\frac{٥}{١٣}$

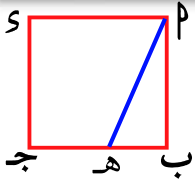
(٢٩) اذا كان ظا س = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ فان ظا ٢س =.....................

(أ) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (ب) ١ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

(٣٠) في الشكل المقابل : ٢ ظا ب = ...



(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$



(٣١) أ ب جـ د مربع فيه هـ ∈ $\overline{ب جـ}$ ، $\frac{ب هـ}{ب جـ} = \frac{١}{٣}$ فإن طا (هـ أ د) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{١٠}}$ (ج) $\frac{٣}{\sqrt{١٠}}$ (د) ٣

(٣٢) إذا كانت جتا هـ ≃ ٠,٨٦٧٦ حيث هـ زاوية حادة فإن ق (∠ هـ) = ...″ ......′ .....°

(أ) ٩″ ٣٦′ ٣٢° (ب) ٩″ ٤٩′ ٢٩° (ج) ١٩″ ٣٦′ ٤٤° (د) ٨″ ٣٦′ ٢٥°

(٣٣) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ جـ فإن طا جـ = ...

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(٣٤) الشكل المقابل أربعة مربعات متطابقة فإن طا س = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (ج) $\frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٢}$

(٣٥) Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ومتساوي الساقين فإن: طا جـ = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

(٣٦) ميل المستقيم الموازي لمحور السينات = ...

(أ) ١ (ب) −١ (ج) صفر (د) غير معرف

(٣٧) ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات = ...

(أ) ١ (ب) −١ (ج) صفر (د) غير معرف

(٣٨) بعد النقطة (٣ ، −٥) عن محور السينات = ... وحدة طول

(أ) ٣ (ب) −٥ (ج) ٥ (د) $\sqrt{٣٤}$

(٣٩) البعد بين النقطتين (٤ ، ٣) ، (−٣ ، −٤) = ... وحدة طول

(أ) ١٠ (ب) ٧ (ج) $٧\sqrt{٢}$ (د) ٥

(٤٠) البعد بين النقطتين (٢ ، ٠) ، (٥ ، ٠) = ... وحدة طول

(أ) ٧ (ب) $\sqrt{٢٩}$ (ج) ٣ (د) $٣\frac{١}{٢}$

(٤١) بعد النقطة (−٣ ، ٤) عن نقطة الأصل = ... وحدة طول

(أ) −٣ (ب) صفر (ج) ٥ (د) ٤

(٤٢) إذا كانت أ (٢ ، −١) ، ب (٥ ، ٣) فإن أ ب = ... وحدة طول

(أ) ٥ (ب) ٧ (ج) ٢٥ (د) ١

(٤٣) منتصف أ ب حيث أ(٦ ، ١) ، ب (ـ ٢ ، ٣) هو ....

(أ) (٤ ، ٢)　(ب) (٢ ، ٢)　(ج) (٤ ، ٤)　(د) (٨ ، ٤)

(٤٤) إذا كانت (٣ ، ـ ١) هى منتصف أب حيث أ(م ، ٢) ، ب (١٠ ، هـ) فإن م + هـ = ...

(أ) ٤　(ب) ـ٨　(ج) ٨　(د) ـ ٤

(٤٥) إذا كان البعد بين النقطتين (م ، ٠) ، (٠ ، ١) هو وحدة الطول فإن م = ...

(أ) ١　(ب) - ١　(ج) ± ١　(د) صفر

(٤٦) دائرة مركزها نقطة الأصل وتمر بالنقطة (٣ ، ـ ٤) تكون مساحتها .... π سم^{٢}

(أ) ٥　(ب) ٢٥　(ج) ١٠　(د) ٧

(٤٧) النقطة (٠ ، ٤) تنصف البعد بين النقطتين (ـ ١ ، ـ ١) ، (س ، ص) فإن (س ، ص) = ...

(أ) (١ ، ٩)　(ب) (ـ١ ، ٩)　(ج) (ـ١ ، ٣)　(د) (١ ، ـ٣)

(٤٨) البعد العمودي بين المستقيمين ص − ٣ = ٠ ، ص + ٢ = ٠ يساوى ....

(أ) ٢　(ب) ٣　(ج) ١　(د) ٥

(٤٩) إذا كان أب قطراً فى الدائرة حيث أ(٣ ، ٥) ، ب (٥ ، ١) فإن : مركز الدائرة هو ....

(أ) (٤ ، −٢)　(ب) (٤ ، ٣)　(ج) (٢ ، ٢)　(د) (٨ ، −٢)

(٥٠) إذا كان أ ب جـ ء معين وكان أ (٢ ، - ٥) ، ب (-١ ، ـ١) فإن : محيط المعين أ ب جـ ء = ...

(أ) ٥　(ب) ٢٠　(ج) ٢٥　(د) ١٠

(٥١) إذا كانت أ(٠ ، ٩) ، ب (٥ ، ٧) ، جـ (٥ ، هـ) هي رءوس مثلث قائم الزاوية في جـ فإن هـ = ...

(أ) ٥　(ب) - ٥　(ج) ٧　(د) ٩

(٥٢) مستقيمان متوازيان ميلاهما م١ ، م٢ وكان م١ = $\frac{٣}{٤}$ فإن: م٢ = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$　(ب) $\frac{-٣}{٤}$　(ج) $\frac{٤}{٣}$　(د) $\frac{-٤}{٣}$

(٥٣) إذا كان: $\overleftrightarrow{أ ب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{جـ ء}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = $\frac{-١}{٣}$ فإن: ميل $\overleftrightarrow{جـ ء}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$　(ب) $\frac{-١}{٣}$　(ج) −٣　(د) ٣

(٥٤) إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-١}{٣}$ ، $\frac{ك}{٦}$ متوازيان فإن : ك = ...

(أ) ٢　(ب) ـ٢　(ج) ٦　(د) ٣

(٥٥) المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ١٣٥° ميله = ...

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ٣ (د) $\sqrt{3}$

(٥٦) إذا كان المستقيمان ٤ س – ٣ص – ٣ = ٠ ، ك ص + ٣ س – ٨ = ٠ متعامدان فإن ك = ...

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) ٣ (د) -٣

(٥٧) إذا كان المستقيمان : ٤ س – ٣ ص – ٣ = ٠ ، ك س + ٤ ص + ٦ = ٠ متوازيان فإن ك = ...

(أ) -٤ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) $-\frac{١٦}{٣}$

(٥٨) ميل المستقيم ص = ٥ – ٣ س هو ....

(أ) ٥ (ب) -٣ (جـ) $\frac{٥}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

(٥٩) المستقيم الذى معادلته س – ص + ٥ = ٠ يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ... °

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ١٣٥

(٦٠) المستقيم ٣ص = ٤س – ١٢ يقطع من محور الصادات جزءاً طوله .... وحده

(أ) ٣ (ب) -٣ (جـ) ٤ (د) -٤

(٦١) ميل المستقيم الذي معادلته ٢ص = ٦س + ٢ هو ....

(أ) ٣ (ب) -٣ (جـ) ٦ (د) ١

(٦٢) مساحة المثلث المحدد بالمستقيمات س = ٠ ، ص = ٠ ، ٢ س + ٣ ص = ٦ تساوى .... وحدة مربعة

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

(٦٣) معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ١ ويمر بنقطة الأصل هي ....

(أ) س = ١ (ب) ص = ١ (جـ) ص = س (د) ص = – س

(٦٤) المستقيم ٣ص = ٥ س + ١٥ يقطع من محور السينات جزء طوله........ وحدة طول

(أ) ٥ (ب) - ٥ (جـ) ٣ (د) - ٣

(٦٥) ميل المستقيم العمودي على المستقيم ٣ س + ٤ ص – ٧ = ٠ يساوي ....

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $-\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) $-\frac{٤}{٣}$

(٦٦) Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب فيه أ (١ ، ٥) ، ب (٠ ، ١) فإن ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ = ...

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $-\frac{١}{٤}$

٦٧ معادلة المستقيم الذى يوازى محور الصادات و يمربالنقطة (١ ، ٣) هي ......

أ ص = ٣ ب ص = - ١ ج س = ٣ د س = ١

٦٨ ميل المستقيم الموازى للمستقيم المار بالنقطتين (٣،٢)،(١ ،٣) هو......

أ $\frac{١}{٢}$ ب $-\frac{١}{٢}$ ج -٢ د ٢

٦٩ المستقيمان ص=٣س+١ ، ٢ص= ٦س +٥ هما مستقيمان ....

أ متوازيان ب متعامدان ج منطبقان د متقاطعان

٧٠ إذا كان المستقيم ص =٢س + ك يمر بالنقطة (٢،٢) فإن ك = ...

أ ٠ ب -٢ ج ٢ د ٤

٧١ دائرة مركزها نقطة الأصل وطول قطرها ٦ وحدات فإن النقطة التي تنتمي للدائرة هي .....

أ (٦ ، ٠) ب (٠ ، -٦) ج ($\sqrt{٨}$ ، ١) د (١ ، $\sqrt{٥}$)

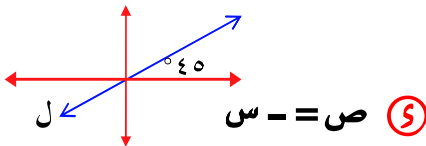
٧٢ المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ص) ، (٣ ، ٤) ميله يساوي ظا ٤٥° فتكون ص = ...

أ ١ ب -١ ج ٢ د ٤

٧٣ معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويقطع ٤ وحدات من محور الصادات الموجب هى.....

أ ص =٤س + ٢ ب س=٤ص+٢ ج ص=٢س+٤ د س=٢ص+٤

٧٤ فى الشكل المقابل : معادلة المستقيم ل هى ....



أ س = ١ ب ص= ١ ج ص=س د ص = - س

٧٥ معادلة محور الصادات هى ......

أ س= ٠ ب ص= ٠ ج س=ص د س = - ص

٧٦ النقط (-٣ ، ٠) ، (٠ ، ٣) ، (٣ ، ٠) هى رؤوس مثلث ....

أ مختلف الأضلاع ب متساوى الأضلاع ج منفرج الزاوية د قائم الزاوية ومتساوى الساقين

٧٧ النقط (٠،٠) ، (٣،٠) ، (٠،٤) تكون ....

أ مثلث منفرج الزاوية ب مثلث قائم الزاوية ج مثلث حاد الزوايا د على استقامة واحدة

٧٨ المستقيم $\frac{س}{٣} + \frac{ص}{٢} = ١$ يقطع من محور السينات جزء طوله........وحدة طول

أ ٣ ب ٢ ج ١ د ٦

السؤال الثاني
الأسئلة المقالية

(١) إذا كانت النسبة بين قياسي زاويتين متكاملتين ٣ : ٥ فأوجد القياس الستيني لكل منهما

الحل

نفرض قياس الزاويتين ٣س ، ٥س

٣س + ٥س = ١٨٠

$\frac{٨}{٨}$ س = $\frac{١٨٠}{٨}$ ÷ ٨

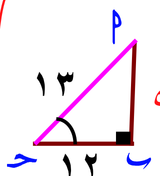
س = ٢٢,٥

قياس الزاوية الأولى = ٣ × ٢٢,٥ = ٣٠َ ٦٧°

قياس الزاوية الثانية = ٥ × ٢٢,٥ = ٣٠َ ١١٢°

(٢) أ ب جـ Δ قائم الزاوية فى ب ، أجـ = ١٣سم ، ب جـ = ١٢سم
اثبت أن جا أ جتا جـ + جتا أ جا جـ = ١
ثم أوجد جا²أ ـ جتا²أ

الحل



أب = $\sqrt{١٦٩ - ١٤٤}$ = ٥ سم

جا أ جتا جـ + جتا أ جا جـ

$\frac{١٢}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} + \frac{٥}{١٣} \times \frac{٥}{١٣} = ١$

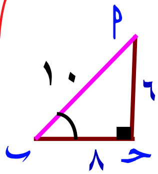
جا²أ ـ جتا²أ =

$(\frac{١٢}{١٣})^٢ - (\frac{٥}{١٣})^٢ = \frac{١١٩}{١٦٩}$

جا جـ = $\frac{٥}{١٣}$
جتا جـ = $\frac{١٢}{١٣}$
ظا جـ = $\frac{٥}{١٢}$

(٣) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى جـ فيه أ جـ = ٦سم ، ب جـ = ٨ سم أوجد :
١) جتا أ جتا ب - جا أ جا ب   ٢) ق ($\hat{ب}$)

الحل



أب = $\sqrt{٣٦+٦٤}$ = ١٠

١) جتا أ جتا ب - جا أ جا ب

= $\frac{٦}{١٠} \times \frac{٨}{١٠} - \frac{٨}{١٠} \times \frac{٦}{١٠}$ = صفر

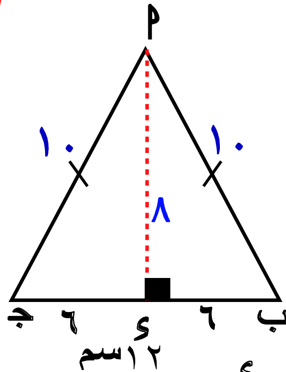
∵ جتا ب = $\frac{٨}{١٠}$ shift cos

ق ($\hat{ب}$) = ٣٦° ٥٢َ ١٢ً

جا ب = $\frac{٦}{١٠}$
جتا ب = $\frac{٨}{١٠}$
ظا ب = $\frac{٦}{٨}$

(٤) أ ب جـ Δ فيه : أ ب = أ جـ = ١٠سم ، ب جـ = ١٢سم ، إثبت أن : جا ب + جتا جـ = ١,٤

الحل



العمل : نرسم أ ء ⊥ ب جـ

∵ أ ب = أ جـ

∴ ء منتصف ب جـ

∴ ء ب = ء جـ = ٦ سم

فى Δ أ ء جـ القائم الزاوية فى ء

(أ ء)² = (أ جـ)² ـ (ء جـ)²

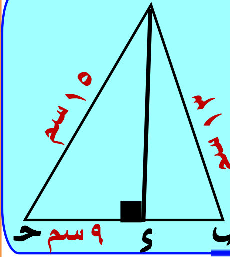
= ١٠٠ - ٣٦ = ٦٤

أ ء = ٨ سم

∴ جا ب + جتا جـ = $\frac{٨}{١٠} + \frac{٦}{١٠}$ = ١,٤

جا جـ = $\frac{٨}{١٠}$
جتا جـ = $\frac{٦}{١٠}$
ظا جـ = $\frac{٨}{٦}$

⑤ **في الشكل المقابل:**



أوجد

$$\frac{\text{ظا}(\angle \text{حـ ا ء}) + \text{ظا}(\angle \text{ب ا ء})}{\text{ظا}(\angle \text{حـ ا ء}) - \text{ظا}(\angle \text{ب ا ء})}$$

الحل

ا ء = $\sqrt{(١٥)^٢ - (٩)^٢} = \sqrt{١٤٤} = ١٢$

ب ء = $\sqrt{(١٣)^٢ - (١٢)^٢} = \sqrt{٢٥} = ٥$

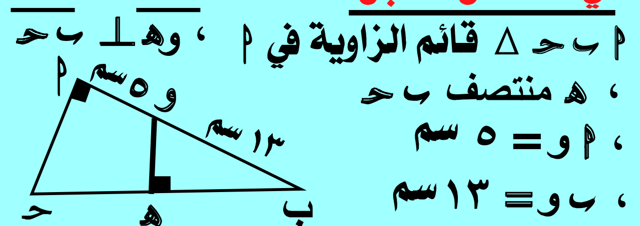
ظا(∠حـ ا ء) = $\frac{٩}{١٢}$

ظا(∠ب ا ء) = $\frac{٥}{١٢}$

المقدار = $\dfrac{\frac{٩}{١٢} + \frac{٥}{١٢}}{\frac{٩}{١٢} - \frac{٥}{١٢}} = \frac{١٤}{٤} = \frac{٧}{٢}$

⑥ **في الشكل المقابل:**

ا ب حـ △ قائم الزاوية في ا ، وهـ ⊥ ب حـ ، هـ منتصف ب حـ ، ا و = ٥ سم ، ب و = ١٣ سم



أوجد: ظا(حـ̂)

الحل

العمل: نرسم وحـ

∵ هـ منتصف ب حـ ، وهـ ⊥ ب حـ

∴ وب = وحـ = ١٣ سم

△ ا و حـ

ا حـ = $\sqrt{(١٣)^٢ - (٥)^٢} = ١٢$

ظا(حـ̂) = $\frac{١٢}{١٨} = \frac{٢}{٣}$

⑦ ا ب حـ ء شبه منحرف فيه : ا ء // ب حـ ، ق(ب̂) = ٩٠° ، ا ب = ٣ سم ، ا ء = ٦ سم ، ب حـ = ١٠ سم

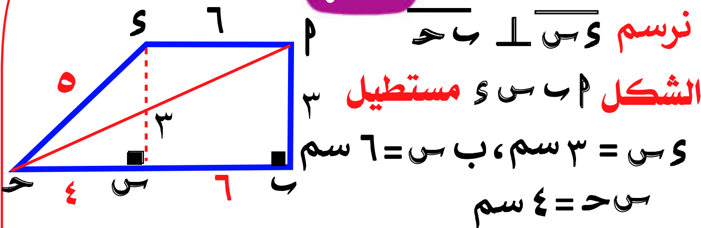
إثبت أن :

حتا(ء حـ̂ ب) − ظا(ا حـ̂ ب) = $\frac{١}{٢}$

الحل

نرسم ء س ⊥ ب حـ

الشكل ا ب س ء مستطيل



ء س = ٣ سم ، ب س = ٦ سم

س حـ = ٤ سم

△ ء س حـ

ا حـ = $\sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢}$ = ٥ سم

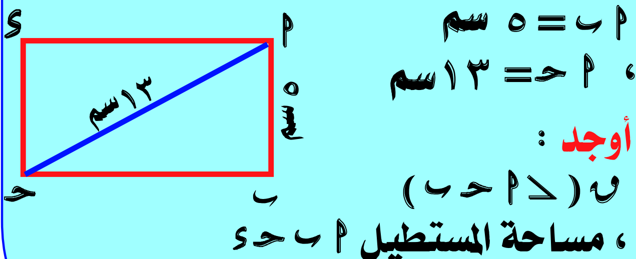
حتا(ء حـ̂ ب) − ظا(ا حـ̂ ب)

$\frac{٤}{٥} - \frac{٣}{١٠} = \frac{١}{٢}$

⑧ **في الشكل المقابل :** ا ب حـ ء مستطيل

ا ب = ٥ سم

، ا حـ = ١٣ سم



أوجد :

ق(∠ا حـ ب)

، مساحة المستطيل ا ب حـ ء

الحل

△ ا ب حـ

ب حـ = $\sqrt{(١٣)^٢ - (٥)^٢}$ = ١٢ سم

ظا(∠ا حـ ب) = $\frac{٥}{١٣}$ shift tan

ق(∠ا حـ ب) = $٢١° \; ٢' \; ١٥''$

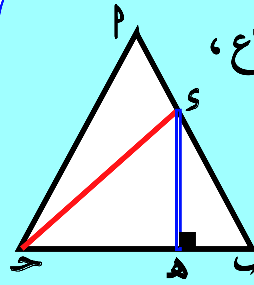
، مساحة المستطيل ا ب حـ ء = ٥ × ١٢

= ٦٠ سم^٢

⑨

أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع، طول ضلعه ٥ سم، أ ء = ١ سم، $\overline{ءهـ} \perp \overline{بجـ}$

أوجد : ظا (∠ ء جـ هـ)



الحل

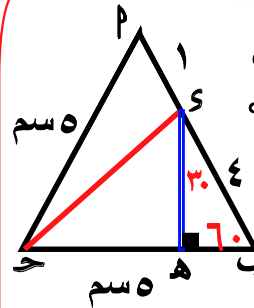
△ ء ب هـ فيه ق (هـ^) = ٩٠°، ق (ب^) = ٦٠°، ق (ب ء هـ) = ٣٠°

ب هـ = $\frac{١}{٢}$ ء ب = ٢ سم

ء هـ = $\sqrt{(٤)^٢ - (٢)^٢} = ٢\sqrt{٣}$

هـ جـ = ٣ سم

ظا (∠ ء جـ هـ) = $\frac{٢\sqrt{٣}}{٣}$



⑩ بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة:

① جتا ٦٠° جا ٣٠° ـ جا ٦٠° ظا ٦٠° + جتا² ٣٠°

$\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} - \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \sqrt{٣} + (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢ = -\frac{١}{٢}$

② جا ٤٥ جتا ٤٥ + جا ٣٠ جتا ٦٠ ـ جتا² ٣٠

$\frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} - (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢$ = صفر

⑪ بدون استخدام الآلة اثبت أن :

جتا² ٣٠° ـ جا² ٣٠° = جتا ٦٠°

الحل

الطرف الأيمن = $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢ - (\frac{١}{٢})^٢ = \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢}$

الطرف الأيسر = $\frac{١}{٢}$

∴ الطرفان متساويان

⑫ بدون استخدام الآلة اثبت أن :

جا² ٣٠° = ٥ جتا² ٦٠° ـ ظا² ٤٥°

الحل

الطرف الأيمن = جا² ٣٠ = $(\frac{١}{٢})^٢ = \frac{١}{٤}$

الطرف الأيسر = ٥ جتا² ٦٠ ـ ظا² ٤٥ = $٥ \times (\frac{١}{٢})^٢ - (١)^٢ = \frac{١}{٤}$

الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

⑬ بدون استخدام الآلة اثبت أن :

ظا ٦٠° = $\frac{٢ \text{ ظا } ٣٠°}{١ - \text{ظا}^٢ ٣٠°}$

الحل

الطرف الأيمن = ظا ٦٠ = $\sqrt{٣}$

الطرف الأيسر = $\frac{٢ \text{ ظا } ٣٠}{١ - \text{ظا}^٢ ٣٠} = \frac{٢ \times \frac{١}{\sqrt{٣}}}{١ - (\frac{١}{\sqrt{٣}})^٢} = \sqrt{٣}$

الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

⑭ بدون استخدام الآلة اثبت أن :

ظا² ٦٠ ـ ظا² ٤٥ = جا² ٦٠ + جتا² ٦٠ + ٢ جا ٣٠

الحل

الطرف الأيمن = $(\sqrt{٣})^٢ - (١)^٢ = ٣ - ١ = ٢$

الطرف الأيسر = $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢ + (\frac{١}{٢})^٢ + ٢ \times \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤} + ١ = ٢$

∴ الطرفان متساويان

⑮ أوجد قيمة س

إذا كان : ظا س = جا² ٦٠ + جتا² ٦٠

الحل

ظا س = $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢ + (\frac{١}{٢})^٢ = \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤} = ١$

∴ س = ٤٥°

(١٦) أوجد قيمة س

إذا كان : س حا ٣٠ $\text{حتا}^{٢}$ ٤٥ = $\text{حا}^{٢}$ ٦٠

الحل

$س \times \frac{١}{٢} \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} = \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢}$

$\frac{١}{٤}$ س $= \frac{٣}{٤}$ ⟸ (× ٤) س = ٣

(١٧) أوجد قيمة س

إذا كان : $\sqrt{٣}$ ظا س = ٤ حا ٦٠ حتا ٣٠

الحل

$\sqrt{٣}$ ظا س = ٤ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$\sqrt{٣}$ ظا س = ٣ ⟸ ظا س = $\frac{٣}{\sqrt{٣}} = \sqrt{٣}$

س = ٦٠

(١٨) أوجد قيمة س

إذا كان : جا س = $\frac{\text{حا ٦٠° جا ٣٠°}}{\text{ظا ٤٥° }\text{جا}^{٢}\text{ ٤٥°}}$

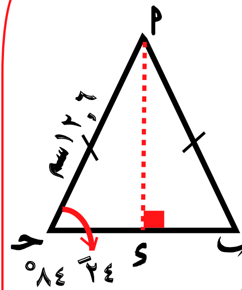
الحل

جا س = $\frac{\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{١}{٢}}{١ \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢}} = \frac{\sqrt{٣}}{٤} \div \frac{١}{٢}$

جا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ⟸ س = ٦٠°

(١٩) أ ب ح △ فيه : أ ب = أ ح = ١٢,٦ سم ، ق(∠ ح) = ٢٤َ ٨٤° أوجد طول $\overline{\text{ب ح}}$

الحل



العمل : نرسم $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ ⊥ ب ح

∵ أ ب = أ ح ، $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ ⊥ ب ح

∴ ء منتصف ب ح

∵ △ أ ء ح قائم في ء

∴ جتا(٢٤َ ٨٤°) = $\frac{\text{ء ح}}{١٢,٦}$

ء ح = ١٢,٦ × جتا(٢٤َ ٨٤°) ≃ ١,٢

ب ح = ١,٢ × ٢ ≃ ٢,٤ سم

(٢٠) أثبت أن : أ(٣ ، −١) ، ب(−٤ ، ٦) ، ح(٢ ، −٢) تقع على دائرة مركزها م (−١ ، ٢)

ثم أوجد محيط الدائرة ومساحتها

الحل

م أ = $\sqrt{(-١ - ٣)^{٢} + (٢ + ١)^{٢}} = \sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول

م ب = $\sqrt{(-١ + ٤)^{٢} + (٢ - ٦)^{٢}} = \sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول

م ح = $\sqrt{(-١ - ٢)^{٢} + (٢ + ٢)^{٢}} = \sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول

∵ م أ = م ب = م ح = ٥ وحدة طول

∴ النقط أ ، ب ، ح تقع على دائرة مركزها م

محيط الدائرة = ٢ π نق = ١٠ π وحدة طول

مساحة الدائرة = π $\text{نق}^{٢}$ = ٢٥ π وحدة مربعة

(٢١) أثبت أن المثلث الذى رؤوسه

أ(١ ، ٤) ، ب(−١ ، −٢) ، ح(٢ ، −٣)

قائم الزاوية في ب ثم احسب مساحته

الحل

أ ب = $\sqrt{(١ + ١)^{٢} + (٤ + ٢)^{٢}} = \sqrt{٤٠}$ وحدة طول

ب ح = $\sqrt{(-١ - ٢)^{٢} + (-٢ + ٣)^{٢}} = \sqrt{١٠}$ وحدة طول

أ ح = $\sqrt{(١ - ٢)^{٢} + (٤ + ٣)^{٢}} = \sqrt{٥٠}$ وحدة طول

$(\text{أ ح})^{٢}$ = ٥٠ ، $(\text{أ ب})^{٢} + (\text{ب ح})^{٢}$

٤٠ + ١٠ = ٥٠

∵ $(\text{أ ح})^{٢} = (\text{أ ب})^{٢} + (\text{ب ح})^{٢}$

△ أ ب ح قائم الزاوية في ب

∴ مساحة △ أ ب ح = $\frac{١}{٢} \times \sqrt{٤٠} \times \sqrt{١٠}$

= ١٠ وحدة مربعة

(٢٢) بين نوع المثلث الذي رؤوسه: أ(٣، ٣)، ب(١، ٥)، حـ(١، ٣) بالنسبة لأطوال أضلاعه

الحل

أ ب = $\sqrt{(٣-١)^٢ + (٣-٥)^٢}$ = $\sqrt{٨}$ وحدة طول

ب حـ = $\sqrt{(١-١)^٢ + (٥-٣)^٢}$ = ٢ وحدة طول

أ حـ = $\sqrt{(٣-١)^٢ + (٣-٣)^٢}$ = ٢ وحدة طول

∵ ب حـ = أ حـ

⟸ △ أ ب حـ متساوي الساقين

(٢٣) إذا كانت أ = (١، ٢)، ب = (س، ٦) وكان طول أب = ٥ وحدات أوجد قيمة س

الحل

∵ أب = ٥ وحدات

أب = $\sqrt{(س-١)^٢ + (٦-٢)^٢}$ = ٥ بالتربيع

$(س-١)^٢$ + ١٦ = ٢٥

$(س-١)^٢$ = ٢٥ − ١٦

$(س-١)^٢$ = ٩

س − ١ = ٣ أو س − ١ = −٣

س = ٤ أو س = −٢

(٢٤) أثبت أن: أ(٤، ٣)، ب(١، ١)، حـ(−٥، −٣) تقع على استقامة واحدة

الحل

أ ب = $\sqrt{(٤-١)^٢ + (٣-١)^٢}$ = $\sqrt{١٣}$ وحدة طول

ب حـ = $\sqrt{(١+٥)^٢ + (١+٣)^٢}$ = ٢$\sqrt{١٣}$ وحدة طول

أ حـ = $\sqrt{(٤+٥)^٢ + (٣+٣)^٢}$ = ٣$\sqrt{١٣}$ وحدة طول

∴ أ حـ = أ ب + ب حـ

∴ أ، ب، حـ تقع على استقامة واحدة

(٢٥) أثبت أن: أ(٣، −٢)، ب(−٥، ٠)، حـ(٠، −٧)، ء(٨، −٩) رؤوس متوازي أضلاع

الحل

منتصف $\overline{أحـ}$ = $\left(\frac{٣+٠}{٢} ، \frac{-٢-٧}{٢}\right)$ = $\left(\frac{٣}{٢} ، \frac{-٩}{٢}\right)$

منتصف $\overline{ب ء}$ = $\left(\frac{-٥+٨}{٢} ، \frac{٠-٩}{٢}\right)$ = $\left(\frac{٣}{٢} ، \frac{-٩}{٢}\right)$

∵ منتصف $\overline{أحـ}$ = منتصف $\overline{ب ء}$

∴ القطران ينصف كلاً منهما الآخر

∴ الشكل أ ب حـ ء متوازى أضلاع

(٢٦) أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه: أ(٣، ٢)، ب(٤، −٥)، حـ(١، ٤) أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطريه م و إحداثي نقطة ء

الحل

∵ أ ب حـ ء متوازي أضلاع ⟸ م منتصف $\overline{أحـ}$

∴ م = $\left(\frac{٣+١}{٢} ، \frac{٢+٤}{٢}\right)$ = (٢، ٣)

∵ م منتصف $\overline{ب ء}$ ء(س، ص)

∴ (٢، ٣) = $\left(\frac{٤+س}{٢} ، \frac{-٥+ص}{٢}\right)$

$\frac{٤+س}{٢}$ = ٢ | $\frac{-٥+ص}{٢}$ = ٣

٤ + س = ٤ | −٥ + ص = ٦

س = ٤ − ٤ | ص = ٦ + ٥

س = ٠ | ص = ١١

∴ ء(٠، ١١)

(٢٧) أوجد مركز الدائرة التى $\overline{أب}$ قطر فيها حيث أ(١، ٢)، ب(−٥، ٤)

الحل

مركز الدائرة = $\left(\frac{١-٥}{٢} ، \frac{٢+٤}{٢}\right)$

مركز الدائرة = (−٢، ٣)

(٢٨) أثبت أن النقط : أ(٣ ، ٤)، ب (٧ ، ٣) ، جـ (− ١ ، − ١) ، د(− ١ ، ٢) هي رؤوس شبه منحرف

الحل

ميل أب $= \frac{٤-٣}{٣-٧} = \frac{-١}{٤}$ ، ميل ب جـ $= \frac{٣+١}{٧+١} = \frac{١}{٢}$

ميل جـ د $= \frac{٢+١}{-١+١} = \frac{٣}{٠}$ غير معرف ، ميل أ د $= \frac{٤-٢}{٣+١} = \frac{١}{٢}$

∴ أب لا يوازي جـ د ∴ ب جـ // أ د

∴ أ ب جـ د شبه منحرف

(٢٩) إذا كان : أ(٢ ، ٤)، ب(−٣ ، ٠)، جـ(−٧ ، ٥)، د (−٢ ، ٩) اثبت أن الشكل أ ب جـ د مربع

الحل

ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٤-٠}{٢+٣} = \frac{٤}{٥}$ ، ميل $\overleftrightarrow{أجـ} = \frac{٤-٥}{٢+٧} = \frac{-١}{٩}$

ميل $\overleftrightarrow{بجـ} = \frac{٠-٥}{-٣+٧} = \frac{-٥}{٤}$ ، ميل $\overleftrightarrow{بد} = \frac{٠-٩}{-٣+٢} = ٩$

ميل $\overleftrightarrow{جـد} = \frac{٥-٩}{-٧+٢} = \frac{٤}{٥}$

ميل $\overleftrightarrow{أد} = \frac{٤-٩}{٢+٢} = \frac{-٥}{٤}$

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{جـد}$ ⟸ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـد}$ ⟸ (١)

ميل $\overleftrightarrow{بجـ}$ = ميل $\overleftrightarrow{أد}$ ⟸ $\overleftrightarrow{بجـ}$ // $\overleftrightarrow{أد}$ ⟸ (٢)

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ × ميل $\overleftrightarrow{بجـ}$ $= \frac{٤}{٥} \times \frac{-٥}{٤} = -١$ ⟸ $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{بجـ}$ (٣)

ميل $\overleftrightarrow{أجـ}$ × ميل $\overleftrightarrow{بد}$ $= \frac{-١}{٩} \times ٩ = -١$ ⟸ $\overleftrightarrow{أجـ} \perp \overleftrightarrow{بد}$ (٤)

من (١)، (٢)، (٣)، (٤) ⟸ الشكل أ ب جـ د مربع

(٣٠) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

الحل

ص = م س + جـ

ص = ٢ س + جـ

جـ = ص − ٢ س

= ٠ − ٢ × ١ = −٢

المعادلة هي : ص = ٢ س − ٢

(٣١) أوجد معادلة المستقيم إذا كان ميله = ٢ ويقطع من محور الصادات جزءاً موجباً مقداره ٧ وحدات

الحل

ص = م س + جـ

المعادلة هي : ص = ٢ س + ٧

(٣٢) أوجد معادلة المستقيم إذا كان يمر بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٤ ، ١)

الحل

م $= \frac{٣-١}{٢-٤} = -١$

ص = م س + جـ

ص = − س + جـ

جـ = ص + س

= ٣ + ٢ = ٥

المعادلة هي :

ص = − س + ٥

(٣٣) مستقيم ميله $\frac{١}{٢}$ ويقطع جزء من الاتجاه الموجب لمحور الصادات طوله وحدتين أوجد
١) معادلة المستقيم ٢) نقطة تقاطعه مع محور السينات

الحل

ص = م س + جـ

المعادلة هي :

ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٢

نضع ص = ٠

$\frac{١}{٢}$ س + ٢ = ٠

$\frac{١}{٢}$ س = −٢

س = −٤

نقطة تقاطعه مع محور السينات هي : (−٤ ، ٠)

(٣٤) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودى على المستقيم س + ٣ ص + ١ = ٠

الحل

ميل المستقيم = $\frac{-١}{٣}$

ميل العمودي عليه = ٣

ص = م س + جـ

ص = ٣ س + جـ

جـ = ص − ٣ س

= ٢ − ٣ × ١ = −١

المعادلة هي :

ص = ٣ س − ١

(٣٥) إذا كان المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطتين (٣،١) ، (٢،ك) والمستقيم $ل_٢$ يصنع زاوية قياسها ٤٥° فأوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان متعامدان

الحل

$م_١ = \frac{ك - ١}{٢ - ٣} = \frac{ك - ١}{-١}$ ، $م_٢ =$ ظا ٤٥ = ١

∵ المستقيمان متعامدان

$\Leftarrow م_١ \times م_٢ = -١$

$\frac{ك - ١}{-١} \times ١ = -١ \Leftarrow ك - ١ = ١$

$\Leftarrow ك = ١ + ١ = ٢$

(٣٦) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣،-٥) ويوازى المستقيم س + ٢ص – ٧ = ٠

الحل

ص = م س + جـ

$ص = \frac{-١}{٢} س + جـ$

$م = \frac{-١}{٢}$

ميل الموازى له $= \frac{-١}{٢}$

$جـ = ص + \frac{١}{٢} س$

$= -٥ + \frac{١}{٢} \times ٣ = \frac{-٧}{٢}$

المعادلة هى: $ص = \frac{-١}{٢} س - \frac{٧}{٢}$

(٣٧) أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الإحداثيات السينى و الصادى جزأين موجبين طوليهما ٤ ، ٩ على الترتيب ثم احسب مساحة المثلث المحصور بين المستقيم و محورى الإحداثيات

الحل

م = ٤ ، ب = ٩

المعادلة هي :

$\frac{س}{م} + \frac{ص}{ب} = ١$

$\frac{س}{٤} + \frac{ص}{٩} = ١ \times ٣٦$

٩ س + ٤ ص = ٣٦

٩ س + ٤ ص – ٣٦ = ٠

حل آخر

٩ ، ٤ ، و

المستقيم يمر بالنقطتين (٤،٠) ، (٠،٩)

$م = \frac{٩ - ٠}{٠ - ٤} = \frac{-٩}{٤}$

جـ = ٩

المعادلة هي :

$ص = \frac{-٩}{٤} س + ٩$

∴ مساحة المثلث =

$\frac{١}{٢} \times ٣ \times ٦ = ٩$ وحدة مربعة

(٣٨) إذا كان م (-٣ ، ٤)، ب (٥ ، -١) ، جـ (٣ ، ٥) أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة م و بنقطة منتصف $\overline{بجـ}$

الحل

منتصف ب جـ = $(\frac{٥ + ٣}{٢} ، \frac{-١ + ٥}{٢}) = (٤ ، ٢)$

$∴ م = \frac{٢ - ٤}{٤ + ٣} = \frac{-٢}{٧}$

م ، ب ، جـ

ص = م س + جـ

$ص = \frac{-٢}{٧} س + جـ$

المعادلة هى:

$ص = \frac{-٢}{٧} س + \frac{٢٢}{٧}$

$جـ = ص + \frac{٢}{٧} س$

$= ٢ + \frac{٢}{٧} \times ٤ = \frac{٢٢}{٧}$

(٣٩) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله يساوي ميل المستقيم $\frac{ص - ١}{س} = \frac{١}{٣}$ ويقطع من محور الصادات السالب جزء طوله ٣ وحدات

الحل

$\frac{ص - ١}{س} = \frac{١}{٣} \Leftarrow س = ٣ص - ٣$

$\Leftarrow س - ٣ص + ٣ = ٠ \Leftarrow م = \frac{-١}{-٣} = \frac{١}{٣}$

جـ = -٣

المعادلة هي : ص = م س + جـ

$ص = \frac{١}{٣} س - ٣$

(٤٠) أوجد الميل و طول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم $\frac{س}{٣} + \frac{ص}{٤} = ١$

الحل

$\frac{س}{٣} + \frac{ص}{٤} = ١ \times ١٢$

٤س + ٣ص = ١٢

٣ص = -٤س + ١٢

$∴ ص = \frac{-٤}{٣} س + ٤$

$∴$ الميل $= \frac{-٤}{٣}$

طول الجزء المقطوع من محور الصادات = ٤ وحدات

(٤١) أوجد معادلة محور التماثل $\overline{أب}$

حيث أ (١ ، ٣) ، ب (٣ ، ٥)

الحل

ص = م س + حـ

ص = − س + حـ

المعادلة هي :

ص = − س + ٦

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٥ - ٣}{٣ - ١}$ = ١

ميل العمودي عليه = −١

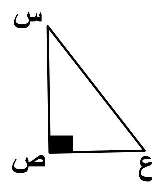
منتصف $\overline{أب}$ = $\left(\frac{١+٣}{٢} ، \frac{٣+٥}{٢}\right)$ = (٢، ٤)

حـ = ص + س

= ٤ + ٢ = ٦

(٤٢) إذا كان المثلث الذى رؤوسه النقط ص (٤،٢) ، س (٣ ، ٥) ، ع (−٥،أ) قائم الزاوية فى ص فأوجد قيمة أ

الحل



∵ Δ س ص ع قائم فى ص

∴ $\overline{س ص} \perp \overline{ص ع}$

ميل س ص × ميل ص ع = −١

$\frac{٢-٥}{٤-٣}$ × $\frac{أ-٢}{-٥-٤}$ = −١

$\frac{-٣}{١}$ × $\frac{أ-٢}{-٩}$ = −١

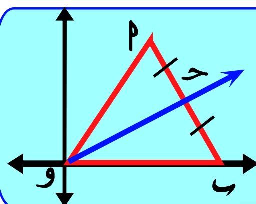
$\frac{أ-٢}{٣}$ = −١ ⇐ أ − ٢ = −٣

أ = −٣ + ٢ = −١

(٤٣) في الشكل المقابل :

Δ أ ب و متساوي الاضلاع

اوجد معادلة $\overleftrightarrow{وجـ}$



الحل

Δ أ ب و متساوي الاضلاع ، جـ منتصف $\overline{أب}$

∴ $\overleftrightarrow{وجـ} \perp \overline{أب}$

ق(∠ب) = ٦٠°

∴ ق(∠ب و جـ) = ٣٠°

ميل $\overleftrightarrow{وجـ}$ = ظا ٣٠ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

ص = م س + حـ

حـ = ٠

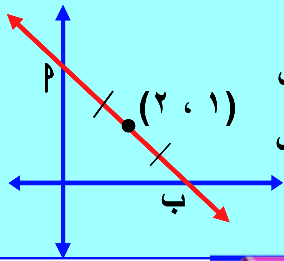
المعادلة هي :

ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ س

(٤٤) في الشكل المقابل :

جـ (١ ، ٢) هي منتصف أ ب

أوجد ① إحداثي كل من أ ، ب ② مساحة المثلث و أ ب



الحل

نفرض أن أ (٠ ، ص) ، ب (س ، ٠)

∵ جـ منتصف أ ب

∴ (١ ، ٢) = $\left(\frac{س + ٠}{٢} ، \frac{ص + ٠}{٢}\right)$

$\frac{س}{٢}$ = ١ ، س = ٢ | $\frac{ص}{٢}$ = ٢ ، ص = ٤

أ (٠ ، ٤) ، ب (٢ ، ٠)

مساحة Δ و أ ب = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٢ = ٤ وحدة مربعة

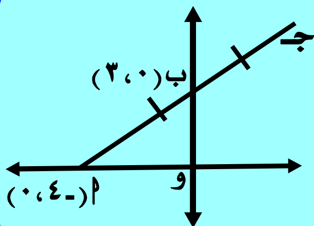
(٤٥) فى الشكل المقابل

ب(٠،٣) منتصف أ جـ

حيث أ(−٤،٠)

أوجد

إحداثي نقطة جـ ، ظا أ



الحل

∵ ب منتصف أ جـ ، جـ (س، ص)

∴ (٠،٣) = $\left(\frac{-٤+س}{٢} ، \frac{٠+ص}{٢}\right)$

$\frac{-٤+س}{٢}$ = ٠ | $\frac{ص}{٢}$ = ٣

−٤ + س = ٠ | ص = ٦

س = ٤ | ⇐ جـ (٤ ، ٦)

Δ أ ب و

ظا أ = $\frac{٣}{٤}$

ظا أ = ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٣ - ٠}{٠ + ٤}$ = $\frac{٣}{٤}$

تمارين إضافيه

① س ص ع مثلث قائم الزاوية في ع، س ص = ٢٥ سم، س ع = ٧ سم أوجد قيمة كل من

(١) ظا س × ظا ص (٢) جا² س + جا² ص

② بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :

١) حتا ٦٠° = ٢ جتا² ٣٠° - ١

٢) طا ٦٠° (١ – ظا² ٣٠°) = ٢ ظا ٣٠°

③ أوجد قيمة س فى كل مما يأتي:

١) ٤س = جتا² ٣٠° ظا² ٣٠° ظا² ٤٥°

٢) س حا ٤٥° جتا ٤٥° طا ٦٠° = ظا² ٤٥° - جتا² ٦٠°

④ أوجد ق (هـ) حيث هـ زاوية حادة:

١) حا هـ = حا ٤٥° حتا ٣٠° + حتا ٤٥° حا ٣٠°

٢) جا هـ = جا ٦٠ جتا ٣٠ – جتا ٦٠ جا ٣٠

⑤ في الشكل المقابل:

Δ أ ب جـ فيه ق (أ^) = ٩٠°، أ جـ = ١٥ سم، أ ب = ٢٠ سم.

أثبت أن :

حتا جـ حتا ب – حا جـ حا ب = صفر

⑥ أ ب جـ د شبه منحرف فيه أ د // ب جـ، ق (ب^) = ٩٠°، أ ب = ٣ سم، ب جـ = ٦ سم، أ د = ٢سم

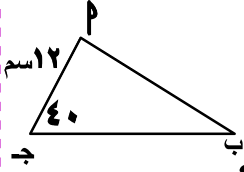
أوجد طول د جـ ثم أوجد قيمة جتا ب جـ د

⑦ إذا كان جا هـ ظا ٣٠ = جتا² ٤٥

فأوجد ق (هـ^) حيث هـ زاوية حادة

⑧ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان ٢ أ ب = √٣ أ جـ أوجد النسب المثلثية للزاوية جـ

⑨ في الشكل المقابل :

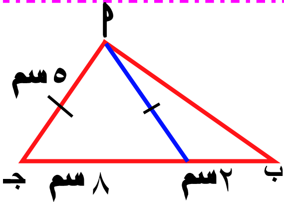


ق(∠جـ) = ٤٠°، أ جـ = ١٢سم

أوجد لأقرب رقم عشرى واحد طول أ ب

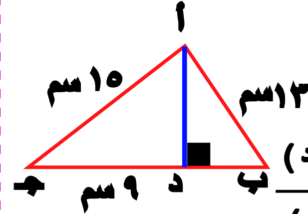
ثم أوجد طول ب جـ لأقرب سم

⑩ من الشكل المقابل : ـ



أوجد قيمة جا ب

⑪ في الشكل المقابل :



أوجد

$$\frac{\text{ظا}(\angle \text{جـ أ د}) + \text{ظا}(\angle \text{ب أ د})}{\text{ظا}(\angle \text{جـ أ د}) - \text{ظا}(\angle \text{ب أ د})}$$

⑫ في الشكل المقابل : أ ب جـ د شبه منحرف فيه :

أ ب = أ د = د جـ = ٥ سم

، ب جـ = ١١ سم

أوجد :

ق(∠ب)، ق(∠أ)

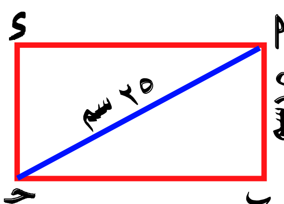
، مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د

⑬ أ ب جـ د شبه منحرف متساوي الساقين فيه

أ د // ب جـ، أ د = ٤ سم، أ ب = ٥ سم،

ب جـ = ١٢سم أثبت أن : $\frac{\text{٥ ظا ب جتا جـ}}{\text{جا}^2\text{ جـ + جتا}^2\text{ ب}} = ٣$

⑭ في الشكل المقابل :



أ ب جـ د مستطيل

أ ب = ١٥ سم

، أ جـ = ٢٥ سم

أوجد : ق(∠أ جـ ب)

، مساحة المستطيل أ ب جـ د

⑮ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (−١ ، −٣) ، ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل .

⑯ أثبت أن النقط : أ (−٣ ، −١) ، ب (٦ ، ٥) ، جـ (٣ ، ٣) تقع على استقامة واحدة

⑰ اثبت أن المستقيم المار (٤، ٣$\sqrt{3}$) ، (٥، ٢$\sqrt{3}$) عمودي على المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٣٠°

⑱ إذا كان المستقيم $ل_1$ يمر بالنقطتين (٣، ١) ، (٢، ك) والمستقيم $ل_2$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° ، فأوجد قيمة ك
إذا كان $ل_1$ ، $ل_2$ (١) متوازيين (٢) متعامدين.

⑲ إذا كانت أ (−١، ٣) ، ب (١، ٤)، جـ (٣، ص) تقع على استقامة واحدة فأوجد قيمة ص

⑳ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٢، −١) ، (٥، ١) يوازي المستقيم الذي معادلته أ س + ٣ص + ٥ = ٠ فأوجد قيمة أ

㉑ أوجد ميل المستقيم وطول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم ٥س + ٤ص − ١٠ = ٠

㉒ أ ب جـ د مربع فيه أ (٥ ، ٤) ، جـ (−١، ٦) فأوجد معادلة $\overleftrightarrow{ب د}$

㉓ إذا كانت بعد النقطة (س ، ٥) عن النقطة (٦ ، ١) يساوي ٢$\sqrt{5}$ فأحسب قيمة س.

㉔ أثبت أن النقط أ (−٢ ، ٤) ، ب (٣ ، −١) ، جـ (٤ ، ٥) هى رءوس مثلث متساوى الساقين

㉕ أ ب قطر فى الدائرة التى مركزها م حيث أ (٨، ١١) ، م (٥، ٧) أوجد ① احداثى ب
② معادلة المستقيم العمودى على أ ب عند ب

㉖ أثبت أن المثلث الذى رؤوسه أ (−٢، ٤) ، ب (٣، −١) ، جـ (٤، ٥) متساوي الساقين وأوجد مساحة سطحه

㉗ إذا كان المستقيم ص = س جا ٣٠° + ك يمر بالنقطة (٤، ٦) فأوجد قيمة ك

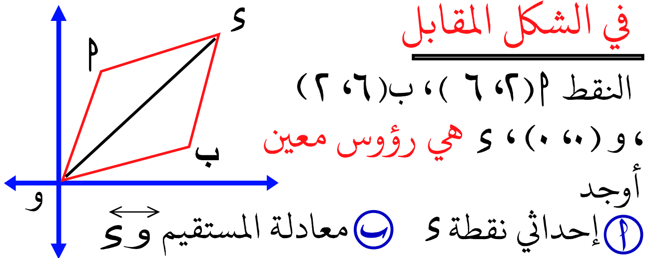
㉘ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١، ٣) ، (−١، −٣)

㉙ أ ب جـ د شكل رباعي حيث
أ (٥، ٣) ، ب (٦، −٢) ، جـ (١، −١) ، د (٠، ٤)
اثبت أن الشكل أ ب جـ د معين واوجد مساحته

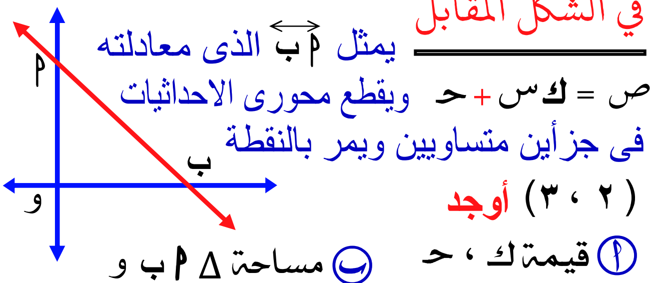
㉚ اثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٢، −١) ، (٣، ٦) يوازى المستقيم الذى يصنع زاوية قياسها ٤٥°

㉛ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودى على الخط المستقيم المار بالنقطتين (٢، −٣) ، (٥، −٤)

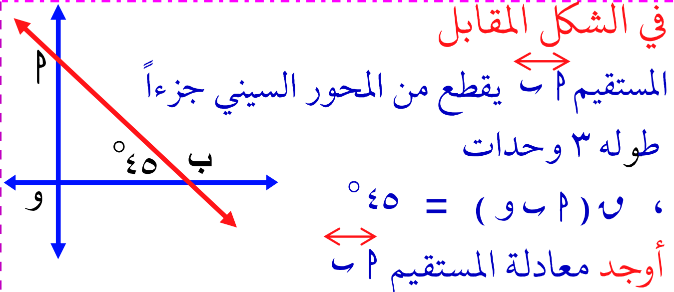
㉜ في الشكل المقابل
النقط أ (٢، ٦) ، ب (٦، ٢) ، و (٠، ٠) ، د هي رؤوس معين
أوجد
(أ) إحداثي نقطة د (ب) معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{و د}$



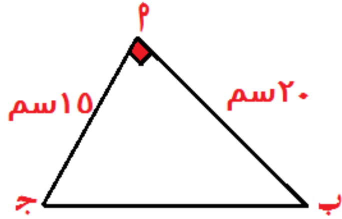
㉝ في الشكل المقابل
يمثل $\overleftrightarrow{أ ب}$ الذى معادلته ص = ك س + حـ ويقطع محورى الاحداثيات فى جزأين متساويين ويمر بالنقطة (٢ ، ٣) أوجد
(أ) قيمة ك ، حـ (ب) مساحة Δ أ ب و



㉞ في الشكل المقابل
المستقيم $\overleftrightarrow{أ ب}$ يقطع من المحور السيني جزءاً طوله ٣ وحدات ، ق(∠ أ ب و) = ٤٥°
أوجد معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{أ ب}$

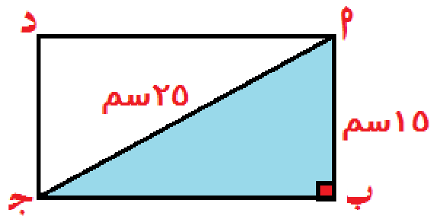


حساب مثلثات



١) من الشكل أثبت أن :

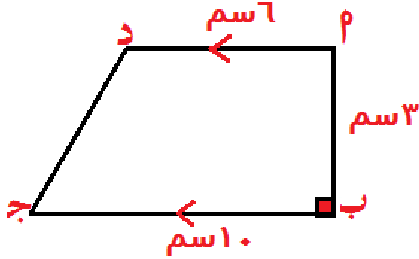
جتا جـ × جتا ب – جا جـ × جا ب = صفر



٢) ء ب جـ د مستطيل فيه ء ب = ١٥سم ،

ء جـ = ٢٥ سم أوجد :

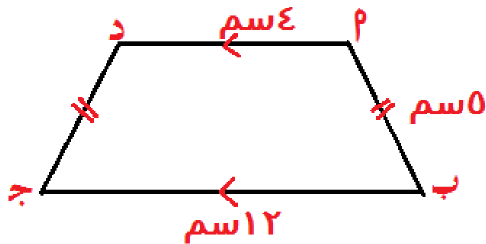
١) ق (∠ء جـ ب)   ٢) مساحة سطح المستطيل



٣) ء ب جـ د شبه منحرف

أوجد قيمة :

جتا(∠د جـ ب) – ظا(∠ء جـ ب)



٤) ء ب جـ د شبه منحرف

أثبت أن : $\frac{\text{٥ ظا ب جتا جـ}}{\text{جا}^2\text{جـ} + \text{جتا}^2\text{ب}}$ = ٣

---

٥) ٩ ب جـ ∆ متساوي الساقين فيه ٩ ب = ٩ جـ = ٨سم ، ب جـ = ١٢سم ،

٩ د ⊥ ب جـ أوجد ١) ق (ب̂) ٢) مساحة سطح ∆ ٩ ب جـ

---

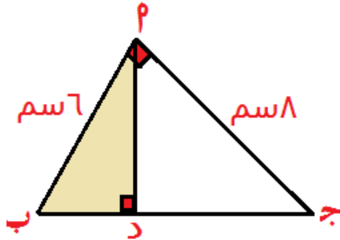
٦) في الشكل ٩ د = ١٢سم ،

٩ د ⊥ ب جـ ، ظا س + ظا ص = $\frac{٥}{٤}$ أوجد ب جـ



---

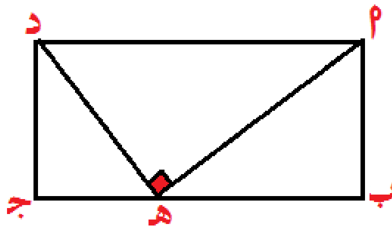
٧) في الشكل أوجد جا (جـ ٩̂ د)



---

٨) في الشكل ٩ ب جـ د مستطيل

٥ب هـ = ١٢ ٩ ب أوجد جتا (هـ د̂ جـ)

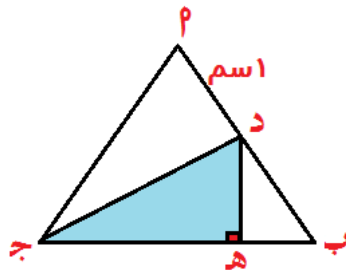


---

٩) ٩ ب جـ ∆ متساوي الأضلاع

طول ضلعه ٥سم ، ٩ د = ١سم

أوجد ظا (د جـ̂ هـ)



١٠) إذا كان ٢ جا س = جا ٣٠ جتا ٦٠ + جتا ٣٠ جا ٦٠ أوجد قيمة س.

---

١١) إذا كان ظا س = $\frac{\text{جا ٣٠ جتا ٤٥ + جا ٤٥ جتا ٣٠}}{\text{جا ٤٥ جتا ٦٠ + جا ٦٠ جتا ٤٥}}$

---

١٢) ﻫ ب جـ Δ قائم الزاوية في ب ، ﻫ ب = ٦سم ، ظا جـ = $\frac{٣}{٤}$

أوجد ١) طول $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{ﻫ جـ}}$ ٢) جا ﻫ + جتا ﻫ

---

١٣) إذا كانت النسبة بين قياس زاويتين متكاملتين ٣ : ٥ فأوجد القياس الستيني لكل منها

---

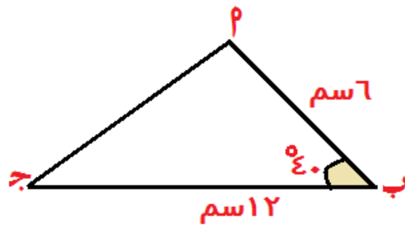
١٤) ﻫ ب جـ Δ قائم الزاوية في ب فإذا كان ٢ ﻫ ب = $\sqrt{٣}$ ﻫ جـ فأوجد النسب المثلثية لزاوية جـ

---

١٥) في الشكل أوجد

١) مساحة سطح Δ ﻫ ب جـ

٢) جا جـ



---

١٦) إذا كان ظا جـ = ٢ + $\sqrt{٣}$ أوجد ق ($\hat{\text{جـ}}$) حيث جـ حادة

١٧) إذا كان جا (٢س + ٢٠) = جتا (س + ٥٠) أوجد س حيث س حادة

هندسة تحليلية

١) أثبت أن النقط ﻫ (٥ ، ـ٥) ، ب (ـ١ ، ٧) ، ج (١٥ ، ١٥) هي رؤس Δ قائم في ب وأوجد مساحته.

---

٢) أثبت أن النقط ﻫ (٦ ، ٠) ، ب (٢ ، ـ٤) ، ج (ـ٤ ، ٢) هي رؤس Δ قائم في ب ثم أوجد إحداثي نقطة د التي تجعل ﻫ ب ج د مستطيل

---

٣) أثبت أن النقط ﻫ (٣ ، ـ١) ، ب (ـ٤ ، ٦) ، ج (٢ ، ـ٢) تقع علي دائرة مركزها م (ـ١ ، ٢) وأوجد محيطها.

---

٤) إذا كان البعد بين (ﻫ ، ٧) ، (٣ ﻫ ـ ١ ، ـ٥) = ١٣ أوجد قيمة ﻫ

---

٥) إذا كان بعد (س ، ٥) عن (٦ ، ١) = ٢ $\sqrt{٥}$ أوجد س

---

٦) إذا كانت ﻫ (س ، ٣) ، ب (٣، ٢) ، ج (٥ ، ١) وكانت ﻫ ب = ب ج فأوجد س

---

٧) إذا كانت النقط (٠ ، ١) ، (ﻫ ، ٣) ، (٢ ، ٥) علي استقامة واحدة أوجد قيمة ﻫ

---

٨) إذا كان ل ١ يمر ب (٣ ، ١)، (٢ ، ك) ، ل٢ يصنع زاوية ٤٥° مع الإتجاه الموجب لمحور س فأوجد ك إذا كان ١) ل١ // ل٢ ٢) ل١ ـ ل٢

---

٩) أوجد قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم الذي معادلته ٣ص -٣س = ٢ مع الإتجاه الموجب لمحور السينات

---

١٠) إذا كان ﺃ (٢ ، ٣) تنصف البعد بين ب (-١ ، -٣) ، ﺟ (س ، ص) فأوجد س ، ص

---

١١) أوجد معادلة المستقيم الذي ميله ٣ ويمر ب (٣ ، -٢)

---

١٢) ا ب ج د مربع فيه ﺃ (١ ، ٣) ، ﺟ (٦ ، ٠) أوجد معادلة $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$

---

١٣) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة ($\sqrt{٣}$ ، -٢) ويصنع مع الإتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٦٠°

---

١٤) إذا كان محور تماثل $\overline{\text{ﺟ د}}$ يمر بالنقطة ﺃ (٦ ، م) حيث ﺟ (٣ ، ١) ، د (-٣ ، ٧) أوجد قيمة م

---

١٥) إذا كان المستقيمان ص= ٥ – س ، ك س + ٢ص = ٠ متوازيين أوجد قيمة ك

---

١٦) أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم $\frac{\text{س}}{٣} + \frac{\text{ص}}{٢} = ١$

---

١٧) أوجد معادلة المستقيم الذي يقطع من محوري الإحداثيات السيني والصادي جزئين موجبين طولاهما ٤ ، ٩ علي الترتيب .

١٨) إذا كانت جتا(٣س +٦) = جا٣٠° أوجد قيمة س علماً بأن (٣س + ٦) زاوية حادة

---

١٩) أوجد معادلة المستقيم :

أ) المار بالنقط (١ ، ١) ، (٢ ، -١)

ب) المار بالنقط (١ ، ٢) ويصنع زاوية قياسها ٤٥ مع الإتجاه الموجب لمحور س

ج) المار بالنقط (١ ، ٢) وعمودي علي المستقيم المار بالنقط أ (٢ ، -٣) ،
ب (٥ ، -٤)

---

٢٠) (مهم) أوجد معادلة محور $\overline{\text{أ ب}}$ حيث أ (٦ ، ٤) ، ب (٢، ٢)

---

٢١) إذا كانت جـ (٦ ، -٤) هي منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ حيث أ (٥ ، -٣) فأوجد إحداثي ب

---

٢٢) إذا كانت أ (٤ ، ٣) ، ب (٧ ، ٠) ، جـ (١ ، -٢) ، د (١ ، ٢) اثبت أن :

١) $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ٢) الشكل أ ب جـ د شبه منحرف

---

٢٣) أثبت أن النقط أ (-٣ ، ٠) ، ب (٣ ، ٤) ، جـ (١ ، -٦)

هي رؤس △ متساوي الساقين وأوجد مساحته

---

٢٤) إذا كان أ ب جـ د معين فيه أ (٣ ، ٣) ، جـ (-٣ ، -٣) أوجد :

١) نقطة تقاطع القطرين   ٢) معادلة $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$

٢٥) إذا كان المستقيمان ٣س – ٤ص – ٣ = صفر ، ك ص + ٤س ـ ٨ = صفر

متعامدين أوجد ك

---

٢٦) إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ // محور الصادات حيث ا (س ، ٧) ، ب (٣، ٥) أوجد

قيمة س

---

٢٧) إذا كان المستقيم المار بالنقط حيث (٣، ٥) ، (ك ، ك) يوازي المستقيم ص = ٤

أوجد قيمة ك

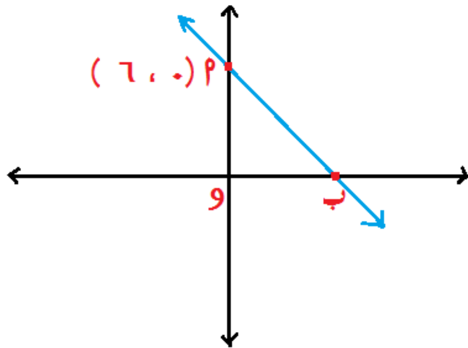
---

٢٨) أوجد ميل المستقيم $\frac{\text{ص - ١}}{\text{س}} = \frac{١}{٢}$ وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

---

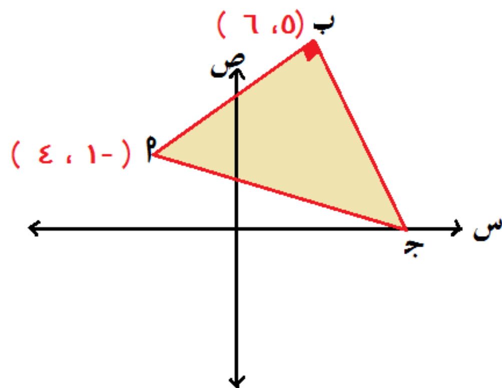
٢٩) مساحة سطح △ ا و ب = ٩ وحدة مربعة

أوجد معادلة $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$



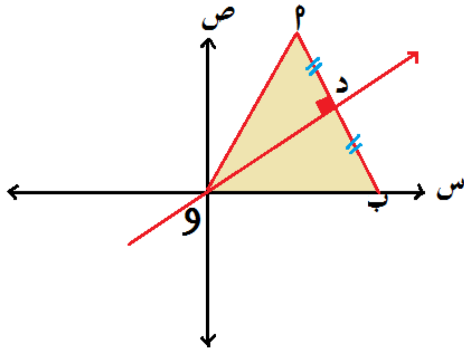
---

٣٠) أوجد معادلة $\overleftrightarrow{\text{ا ج}}$



٣١) Δ و م ب متساوي الأضلاع

أوجد معادلة $\overleftrightarrow{\text{و د}}$

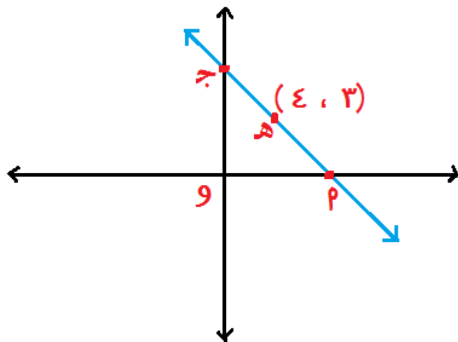


---

٣٢) هـ منتصف $\overleftrightarrow{\text{م ج}}$ أوجد :

١) معادلة $\overleftrightarrow{\text{و هـ}}$

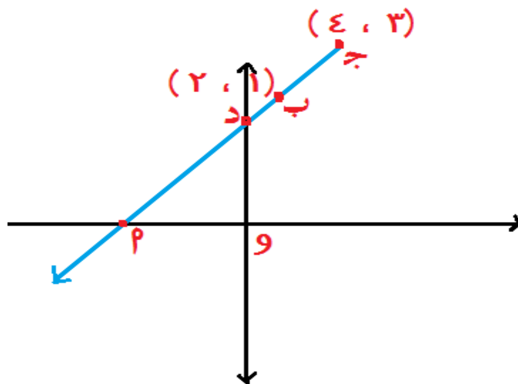
٢) مساحة Δ م وجـ



---

٣٣) من الشكل أوجد

مساحة Δ و م د



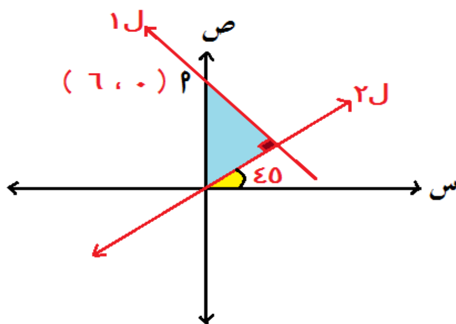
---

٣٤) من الشكل أوجد

١) معادلة ل٢

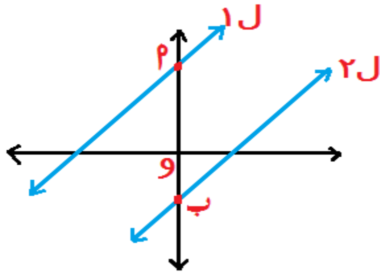
٢) معادلة ل ١

٣) نقطة تقاطع ل ١ مع محور السينات



٣٥) ل١ // ل٢

ل١ : ص= ٣س + ٤
ا ب = ٧ وحدات طول
أوجد معادلة ل٢



---

٣٦) و نقطة الأصل ، م ب // محور ص

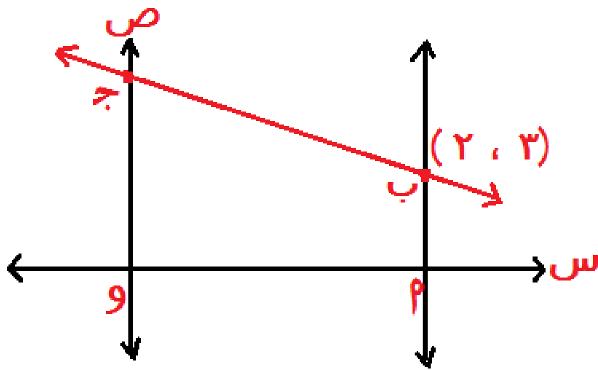
معادلة ب جـ هي ص = ٥ ـ س

ب (٣ ، ٢)

أوجد : ١) طول ب جـ

٢) مساحة الشكل و م ب جـ

٣) ق (ب جـ و)



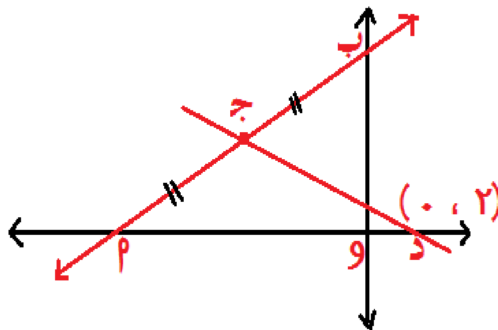
---

٣٧) معادلة م ب هي

٢س ـ ٣ص + ١٢ = ٠ ،

جـ منتصف م ب

أوجد معادلة د جـ



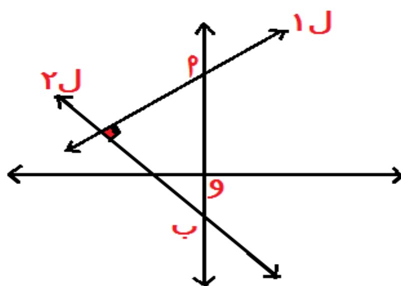
---

٣٨) معادلة ل١ هي

٢س ـ ٣ص + ١٢ = ٠ ،

م ب = ٥وحدات طول

أوجد معادلة ل٢



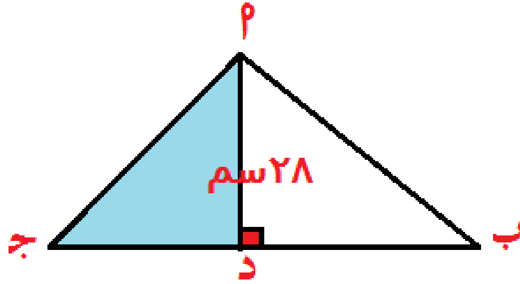
٣٩) شبه منحرف ا ب جـ د قائم في ب ، ا د // ب جـ ، ا د = ١٨ سم ، ب جـ = ٣٣سم ، جتا جـ = $\frac{٣}{٥}$ أوجد جـ د ، مساحة شبه المنحرف

---

٤٠) في الشكل المقابل :

$\frac{١}{ظا ب} + \frac{١}{ظا جـ} = \frac{٣}{٢}$

أوجد ب جـ



---

٤١) بسبب الرياح كسر الجزء العلوي لشجرة فصنع مع الأرض زاوية قياسها ٦٠° ، فإذا كانت نقطة تلاقي قمة الشجرة تبعد عن قاعدة الشجرة ٤ متر أوجد طول الشجرة .

---

٤٢) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٠ ، ٣) عمودياً علي المستقيم الذي معادلته ٢س + ٣ص = ٠

إختر

١) المستقيم الذي ميله ٢ يكون عمودياً علي مستقيم ميله .... (٢ ، -٢ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{-١}{٢}$)

٢) إذا كان جا ا = جتا ٢ا حيث ا حادة فإن ا = ... (٤٥° ، ٣٠° ، ٦٠° ، ١٥°)

٣) $\frac{جا هـ}{ظا هـ}$ = ... (١ ، ظا هـ ، جا هـ ، جتا هـ)

٤) المستقيم الذي معادلته ص = س + ٢ يمر بالنقطة ....

((٠ ،٠) ، (١ ، ٣) ، (٠ ، ١) ، (٢ ، ٢))

٥) معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٥ ، ٢) موازياً محور الصادات هي ....

(س = ٥ ، س = -٥ ، ص = ٢ ، ص = -٢)

٦) Δ د هـ و متساوي الساقين وكان ظا $\frac{د}{٢}$ = ١ فإن ظا هـ = ...

(١ ، $\frac{١}{٢}$ ، ٢ ، ٤٥°)

٧) ظا هـ × جتا هـ = ... (جتا هـ ، جا هـ ، $\frac{١}{جتا هـ}$ ، $\frac{١}{جا هـ}$)

٨) بعد النقطة (٤ ، -٣) عند محور السينات = ... (-٣ ، ١ ، ٣ ، ٤)

٩) بعد النقطة (٥ ، ٦) عند المستقيم ص = -١ هو......... (٥ ، ٦ ، ٤ ، ٧)

١٠) البعد بين المستقيمين ص + ٢ = ٠ ، ص = ٣ هو...... (٥ ، ١ ، -١ ، ٦)

١١) المستقيم الذي معادلته ج س + ا ص + ب = صفر ميله ......
ويقطع محور الصادات في النقطة .... ويقطع محور السينات في النقطة ....

١٢) Δ ٩ ب جـ قائم في ب ، ٩ب = $\frac{١}{٢}$ ٩ جـ فإن جتا ٩ = ...

($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٣}}$)

١٣) المستقيم الذي ميله = المحايد الجمعي // المستقيم ....

(ص = س ، ص = ١ ، س = ١ ، ص = - س)

١٤) المستقيمان $\frac{ك}{٤}$ ، $\frac{ك}{-٩}$ متعامدان عندما ك = ...

(٦ ، - ٦ ، ± ٦ ، -١)

١٥) المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٥) موازياً محور السينات تكون معادلته

(ص = ٣ ، س = ٣ ، س = ٥ ، ص = ٥)

١٦) $\overline{\text{أ ب}}$ قطر في دائرة مركزها م حيث أ (-٢ ، ٣) ، ب (٦ ، -٥) فإن إحداثي م .....

((٤ ، ٤) ، (-٢ ، ١) ، (٢ ، -١) ، (-١ ، ٢))

١٧) المستقيم الذي معادلته ٣س + ٤ص – ٩ = ٠ يكون عمودياً علي مستقيم ميله ....

($\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{-٤}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٤}$)

١٨) مساحة سطح المثلث المحدد بالمستقيمات ٣س – ٤ص = ١٢ ، س = ٠ ، ص = ٠ = ...

(٤ ، ٦ ، ١٢ ، ١٥)

١٩) إذا كان محور السينات ينصف اب: حيث أ (٣ ، ٢) ، ب (-٢ ، ص)

فإن ص = ... (٣ ، ٢ ، -٢ ، ٤)

٢٠) إذا كانت (٤ ، -٣) منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ حيث أ (٣ ، -٤) فإن النقطة ب هي .....

((٥ ، -٢) ، (٢ ، ٥) ، (٣,٥ ، -٣,٥))

٢١) في △ أ ب جـ إذا كان ق ($\hat{\text{ب}}$) = ق ($\hat{\text{أ}}$) + ق ($\hat{\text{جـ}}$) فإن ظا $\frac{\text{ب}}{٢}$ = ...

(٤٥ ، ١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$)

٢٢) ٤ جتا ٣٠ ظا ٦٠ = ... (٣ ، ٢ $\sqrt{٣}$ ، ٦ ، ١٢)

٢٣) إذا كانت جتا ٢س = $\frac{١}{٢}$ حيث س زاوية حادة فإن ق ($\hat{\text{س}}$) = ...

(١٥ ، ٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠)

٢٤) إذا كان ظا $\frac{\text{٣س}}{٢}$ = ١ حيث س زاوية حادة فإن قياس زاوية س = ...

(١٠ ، ٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠)

٢٥) إذا كان جتا $\frac{س}{٢} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث س زاوية حادة فإن جا س = ...

($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٣}}$)

٢٦) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٢ وحدة فأي النقط الآتية تنتمي للدائرة .... ((١ ، ٢) ، (-٢ ، ١) ، ($\sqrt{٣}$ ، ١) ، ($\sqrt{٢}$ ، ١))

٢٧) إذا كانت (٤ ، -٣) منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (٣ ، -٤) فإن ب هي ....

((٥ ، -٢) ، (٢ ، ٥) ، (٥ ، ٢) ، (٣,٥ ، -٣,٥))

٢٨) المستقيم الذي معادلته ٢س – ٣ص – ٦ = ٠ يقطع من محور الصادات جزءاً طوله .... (-٦ ، -٢ ، $\frac{٢}{٣}$ ، ٢)

٢٩) $\overleftrightarrow{أب}$ مستقيم يمر بالنقط (٢ ، ٥) ، (٥ ، ٢) أي من النقط التاليه

∈ $\overleftrightarrow{أب}$ .... ((١ ، ٦) ، (٢ ، ٣) ، (٠ ، ٠) ، (٣ ، ٤))

٣٠) المستقيم الذي ميله ١ يصنع زاوية موجبة مع الإتجاه الموجب لمحور السينات قياسها .... (٩٠ ، ٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠)

٣١) إذا كان المستقيم الذي معادلته ص = (ك – ١) س + ٣ // محور السينات فإن ك = ... (٠ ، ١ ، ٢ ، ٣)

٣٢) البعد العمودي بين المستقيمين س+٢ = ٠ ، س – ٤ = ٠ = ... وحدة طول (٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦)

٣٣) إذا كان ٦ ب جـ د مستطيل ، ٦ (-١ ، -٤) ، جـ (٥ ، ٤) فإن طول $\overline{ب د}$ = ... وحدة طول (٥ ، ٨ ، ٩ ، ١٠)

٣٤) صورة النقطة (٣ ، ٤) بالإنعكاس في نقطة الأصل هي ....
((-٣ ، -٤) ، (٣ ، -٤) ، (-٣ ، ٤) ، (٠ ، ٠))

٣٥) ٦ ب جـ د متوازي أضلاع فيه ق ($\hat{٦}$) + ق ($\hat{جـ}$) = ٢٠٠° فإن
ق ($\hat{ب}$) =........... (٥٠ ، ٨٠ ، ١٠٠ ، ١٦٠)

٣٦) معادلة المستقيم الذي ميله = ٥ ويمر بنقطة الأصل هي ....
(س = ٥ ، ص = ٥ ، ص = ٥س ، ص =-٥س)

٣٧) صورة (٤ ، ٥) بالإنتقال (٢ ، ٣) هي ....
((٦ ،-٨) ، (-٨ ، ٦) ، (٦ ، ٨) ، (-٦ ، -٨))

٣٨) عدد محاور تماثل △ المتساوي الساقين = ...
(٠ ، ١ ، ٢ ، ٣)

٣٩) المستقيم الذي معادلته ٢ص = ٣س + ٦ يقطع من محور الصادات جزءاً
طوله ....وحدة ($\frac{٣}{٢}$ ، ٢ ، ٣ ، ٦)

٤٠) إذا كانت نقطة الأصل منتصف $\overline{٦ ب}$ حيث ٦ (٣ ، -٤) فإن ب = ...
((٠ ، ٠) ، (-٣ ، -٤) ، (-٣ ، ٤) ، (٣ ، ٤))

٤١) إذا كانت جتا ٤س = $\frac{١}{٢}$ حيث ٤س زاوية حادة فإن ق ($\hat{س}$) =......
(٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ١٥)

٤٢) إذا كانت ٣ ، ٧ ، ل أضلاع مثلث فإن ل = ... (٣ ، ٤ ، ٧ ، ١٠)

٤٣) ميل المستقيم العمودي علي المستقيم ص = $\frac{٣}{٢}$ س – ٤

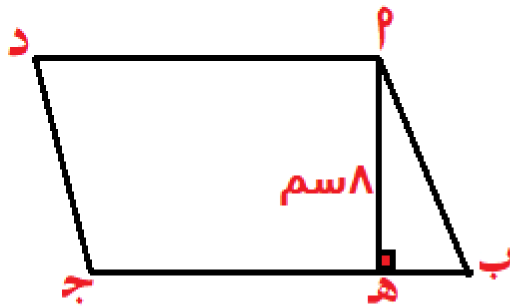
($\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، -٤ ، $\frac{-٢}{٣}$)

٤٤) مساحة سطح المعين ٢ ب جـ د = ...

($\frac{١}{٢}$ ٢ ب × د جـ ، $\frac{١}{٢}$ ٢ جـ × ب د ، $\frac{١}{٢}$ ٢ د × ب جـ)

---

٨) **في الشكل المقابل :**



٢ ب جـ د متوازي أضلاع

مساحته ٩٦سم^{٢} ، ب هـ : هـ جـ = ١ : ٣

$\overline{٢هـ}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، ٢هـ = ٨سم

أوجد :

١) طول $\overline{٢ د}$

٢) ق (ب̂)

٣) طول $\overline{٢ ب}$ لأقرب رقم عشري واحد (استخدم أكثر من طريقة)

المراجعة النهائية فى الهندسة التحليلية وحساب المثلثات

هندسة

٣ / ع

ملخص عام على المثلثات والهندسة التحليلية

الزوايا

① المتتامتان ∴ مجموعهم = ٩٠°

② المتكاملتان ∴ مجموعهم = ١٨٠°

③ مجموع زوايا Δ الداخلة = ١٨٠°

* جيب الزاوية = جيب تمام الزاوية المتممة لها

أى جا ٣٠ = جتا ٦٠

جا ٤٠ = جتا ٥٠

* ظل الزاوية = $\frac{\text{جيب الزاوية}}{\text{جيب تمام الزاوية}}$

أى ظا م = $\frac{\text{جا م}}{\text{جتا م}}$ ، ظا ٧٠ = $\frac{\text{جا ٧٠}}{\text{جتا ٧٠}}$

* جا = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ ، جتا = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

ظا = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{\text{جا هـ}}{\text{جتا هـ}}$

* الزاوية	٣٠°	٦٠°	٤٥°
جا	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ← $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$
جتا	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ← $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$
ظا	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ↓ $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$	$\sqrt{٣}$	١

الهندسة التحليلية

أ(س١ ، ص١) ، ب(س٢ ، ص٢)

① البعد = $\sqrt{(\text{قوس})^٢ + (\text{قوس})^٢}$

أب = $\sqrt{(س_١ - س_٢)^٢ + (ص_١ - ص_٢)^٢}$

قوسين تربيعين بينهم +

② المنتصف = $\left(\frac{\text{السينات}}{٢} ، \frac{\text{الصادات}}{٢}\right)$

كله بالإشارة

③ الميل = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ الأول بإشارته والثانى بعكس إشارته

قوانين إيجاد الميل

① عن طريق نقطتين = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

مثال أ(٥ ، ١) ، ب(−١ ، ٢)

ميل $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ = ...

= $\frac{٢-١}{-١-٥}$ = $\frac{١}{-٦}$ = $-\frac{١}{٦}$

② عن طريق الزاوية التى يصنعها المستقيم مع محور السينات = ظا هـ

م = ظا هـ = $\frac{\text{جا هـ}}{\text{جتا هـ}}$

مثال أوجد ميل المستقيم الذى يصنع زاوية ٤٥° مع السينات الموجب

∴ م = ظا ٤٥ = ١

② عن طريق معادلة المستقيم

$أ$س + $ب$ ص + جـ = ٠
س ، ص فى طرف واحد
∴ ميل المستقيم = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$

ص = م س + جـ
س فى طرف
ص فى طرف
∴ ميل المستقيم = $\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$

مثال أوجد ميل المستقيم ٣س + ٤ص + ٥ = ٠
الميل = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-٣}{٤}$

مثال أوجد ميل المستقيم ٥ص = ٣س + ١٥
الميل = $\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{٣}{٥}$

* الجزء المقطوع من محور الصادات = $\left|\frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}}\right|$

أمثلة محلولة

مثال أوجد ميل المستقيم ثم أوجد قياس الزاوية التى يصنعها مع محور السينات الموجب

① (٥ ، ٧) ، (٦ ، ٨)

الحل

م = $\frac{٨ - ٧}{٦ - ٥}$ = $\frac{١}{١}$ = ١
∴ م = ١
∴ طاهـ = ١ ShiftTan(1)
∴ هـ = ٤٥°

② (٣ ، ٣$\sqrt{٣}$) ، (٤ ، ٢$\sqrt{٣}$)

الحل

م = $\frac{٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣}}{٤ - ٣}$ = $\frac{-\sqrt{٣}}{١}$ = $-\sqrt{٣}$

∴ طاهـ = $-\sqrt{٣}$ ShiftTan($-\sqrt{3}$)
∴ هـ = -٦٠° ونزود ١٨٠°
= -٦٠° + ١٨٠° = ١٢٠°

③ $\sqrt{٣}$س - ص + ١ = ٠
ثم أحسب الجزء المقطوع من محور الصادات

الحل

م = $\frac{-\sqrt{٣}}{-١}$ = $\sqrt{٣}$ ⟸ طاهـ = $\sqrt{٣}$
∴ هـ = ٦٠°
∴ جـ = $\left|\frac{١}{-١}\right|$ = $\left|\frac{١}{١}\right|$ = ١

شرط توازى مستقيمين والتعامد

① شرط التوازى

$م_1 = م_2$ أو

$م_1 - م_2 = 0$ أو $\frac{م_1}{م_2} = 1$

② شرط التعامد

$م_1 \times م_2 = -1$ أو

$م_1 = \frac{-1}{م_2}$

ملاحظات هامة

① ميل محور السينات = ٠

② ميل محور الصادات = $\frac{1}{0}$ غير معرف

③ ميل المستقيم // لمحور السينات = ٠

④ ″ ″ // لمحور الصادات = $\frac{1}{0}$

⑤ ميل المستقيم الذى يصنع زاوية

- حادة يكون موجب
- منفرجة يكون سالب
- صفرية يكون أفقى // السينات
- قائمة يكون رأسى // الصادات

⑥ المستقيم العمودى على السينات // الصادات

⑦ المستقيم العمودى على الصادات // السينات

ملاحظات هامة

اذا علم أن ميل مستقيم = $\frac{أ}{ب}$

∴ الميل الموازى له = $\frac{أ}{ب}$

∴ الميل العمودى عليه = $\frac{-ب}{أ}$

جميع الاشكال بالبعد ماعدا

① النقط على استقامة نحل بالميل

② المثلث القائم لو به مجهول بالميلين المتعامدين

③ المتوازى له به مجهول بالمنتصف وكذلك المستطيل والمربع والمعين

④ شبه المنحرف بالميل

معادلة المستقيم

① بمعلومية الميل والجزء المقطوع

م = ، جـ =

∴ ص = م س + جـ

② بمعلومية نقطة وميل

$\frac{ص - ص_1}{س - س_1} = م$ (النقطة $(س_1، ص_1)$)

الميل = م

تذكرات هامة

التقاطع مع السينات ∴ ص = ٠

التقاطع مع الصادات ∴ س = ٠

	السينات	الصادات
ميل	= صفر	غير معرف
التقاطع	∴ ص = ٠	∴ س = ٠
يوازى	$ص = ص_1$ $ص_1 = ص_2$	∴ $س = س_1$ ∴ $س_1 = س_2$
البعد عن	= |ص|	= |س|

هندسة

المراجعة النهائية فى الهندسة التحليلية وحساب المثلثات

٣ / ع

س١ أكمل ما يأتى :-

① جتا ٢س = $\frac{١}{٢}$ حيث ٢س زاوية حادة فإن ق(∠س) = ...

② ظا ٤٥ = ...   ③ ظا ٤٥ جا ٣٠ = ..

④ إذا كان جا س = ٠,٥ حيث س زاوية حادة فإن ق(∠س) = ...°

⑤ جا ٦٠ + جتا ٣٠ ـ ظا ٦٠ = ...

⑥ ٢جا ٣٠ جتا ٣٠ = ...

⑦ △ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب فيه أ ب = ٣سم ، ب جـ = ٤سم يكون جا أ جتا جـ = ...

⑧ جتا² ٤٥ + ظا² ٦٠ ـ جا ٣٠ = ...

⑨ جا ٣٠ جتا ٦٠ + جتا ٣٠ جا ٦٠ = ...

⑩ △ أ ب جـ قائم فى أ فيه ظا ب = ١ فإن ظا جـ جا جـ جتا جـ = ...

⑪ إذا كان ظا ٣س = $\sqrt{٣}$ حيث ٣س زاوية حادة فإن ق(∠س) = ..

⑫ △ أ ب جـ قائم فى جـ يكون جا ب + جتا ب ... ١   ≥   >   <

⑬ جا س = $\frac{١}{٢}$ ، س زاوية حادة فإن جا ٢س = ..

⑭ جتا $\frac{س}{٢}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث $\frac{س}{٢}$ قياس زاوية حادة فإن قيمة س = ______

☎/٠١١٤٣٢٣٤١٥٧
☎/٠١٦١٤٣٤١٦٦...

(١٥) اذا كان جا(س + ٧) = ٠,٥ حيث (س+٧) زاوية حادة فإن س = ...

(١٦) ٢جا ٣٠° جتا ٣٠° = جا ...

(١٧) جا ٦٠° + جتا ٣٠° + ظا ٦٠° = ...

(١٨) اذا كان أ(١، ٢) ، ب(٣، ٤) فإن
* طول أب = ... وحدة طول
* ميل أب = ... * إحداثي منتصف أب = ...

(١٩) س، ص زاويتين متتامتين بحيث س : ص = ١ : ٢ فإن
جا س + جتا ص = ... (جا ٤٥ ، ظا ٤٥ ، جا ٣٠)

(٢٠) البعد بين النقطتين (٦، ٠) ، (-٤، ٠) يساوي ...

(٢١) طول القطعة المستقيمة المرسومة بين النقطتين (٠، ٠) ، (٥، ١٢) يساوي ..

(٢٢) إذا كانت أ(٢، -١) ، ب(٥، ٣) فإن أب = ...

(٢٣) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول قطرها ٦ وحدات فإن النقطة التي تنتمي للدائرة هي ...

(٦، ٠) (٠، -٦) (√٨، ١) (١، √٥)

(٢٤) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٣ وحدات فالنقطة ... تنتمي إليها

(١، ٢) (-٢، √٥) (√٣، ١) (√٢، ١)

(٢٥) البعد بين النقطة (٤، ٣) ونقطة الأصل في نظام إحداثي متعامد يساوي ...

أ/ هشام الحدد
مع سلسلة التميز

☎/٠١١٤٣٢٣٤١٥٧
☎/٠١٠٦١٢٣٢١٦٦

(٢٦) البعد العمودي بين المستقيمين ص - ٣ = ٠ ، ص + ٢ = ٠ يساوي ...

(٢٧) بعد النقطة (٢ ، - ٣) عن محور السينات = ...

(٢٨) بعد النقطة (- ٣ ، جا ٣٠) عن محور الصادات = ..

(٢٩) اذا كان جا ٣٠ = جتا هـ حيث هـ زاوية حادة فيكون ق(هـ) = ...

(٣٠) اذا كان البعد بين النقطتين (م ، ٠) ، (١ ، ٠) هو وحدة الطول م = ..

(٣١) ميل المستقيم الموازي لمحور السينات = .. والموازي لمحور الصادات = ...

(٣٢) ميل محور الصادات = ... ميل المستقيم العمودي على السينات = ..

(٣٣) ميل المستقيم ٢ س - ٣ ص + ٥ = ٠ يساوي ....

(٣٤) ميل المستقيم √٣ س - ٣ ص + ٥ = ٠ يساوي .... ويصنع زاوية قياسها .... مع السينات الموجب ويقطع من الصادات جزء أ طوله يساوي ....

(٣٥) ميل الخط المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٦) ، (- ٤ ، ١) يساوي ....

(٣٦) اذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٢}{٣}$ فإن ميل $\overleftrightarrow{د جـ}$ = ..

(٣٧) اذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{د جـ}$ = ٧٥ ، فإن ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ...

(٣٨) اذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{-٣}{٤}$ فإن ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = ...

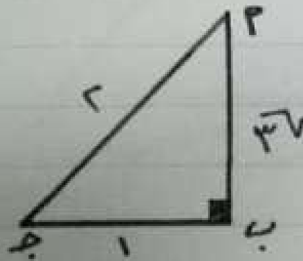
(٣٩) أ ب جـ د مربع وكان أ (٥ ، ٣) ، جـ (١ ، ٠) فإن
طول $\overline{أب}$ = ... محيط المربع = ... مساحته = ..
ميل $\overleftrightarrow{ب د}$ = ..

☎/ ٠١١٤٣٣٣٤١٥٧
☎/ ٠١٠٦١٣٣٢١٦٦

س٢ السؤال الثانى :-

(أ) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب اذا كان ٢ أ ب = $\sqrt{3}$ أ جـ أوجد النسب المثلثية للزاوية جـ ثم احسب ق(جـ)

الحل



∵ ٢ أ ب = $\sqrt{3}$ أ جـ

∴ $\frac{أب}{أجـ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ من فيثاغورث $(ب جـ)^2 = (أ جـ)^2 - (أ ب)^2$

$= (2)^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$

∴ ب جـ = $\sqrt{1}$ = ١

∴ * جا جـ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ * جتا جـ = $\frac{1}{2}$ * ظا جـ = $\frac{\sqrt{3}}{1}$

∵ جا جـ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⟸ ∴ ق(جـ) = °٦٠ #

(ب) إثبت أن : جتا ٦٠ = جتا^2 ٣٠ - جا^2 ٣٠

الحل

الأيمن = جتا ٦٠ = $\frac{1}{2}$

الأيسر = جتا^2 ٣٠ - جا^2 ٣٠ = $(\frac{\sqrt{3}}{2})^2 - (\frac{1}{2})^2$
$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

∴ الأيمن = الأيسر #

(جـ) برهن على صحة أن : جا^3 ٣٠ = ٩ جتا^3 ٦٠ - ظا^2 ٤٥

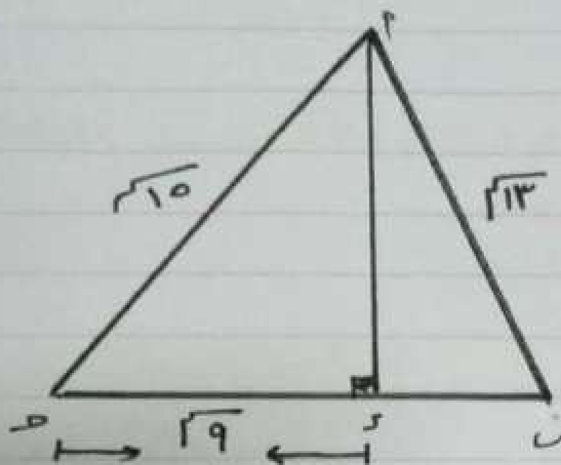
الحل

الأيمن = جا^3 ٣٠ = $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$

الأيسر = ٩ جتا^3 ٦٠ - ظا^2 ٤٥
$= 9 \times (\frac{1}{2})^3 - (1)^2$
$= 9 \times \frac{1}{8} - 1 = \frac{9}{8} - \frac{8}{8} = \frac{1}{8}$

∴ الأيمن = الأيسر #

(د) فى الشكل المقابل :-

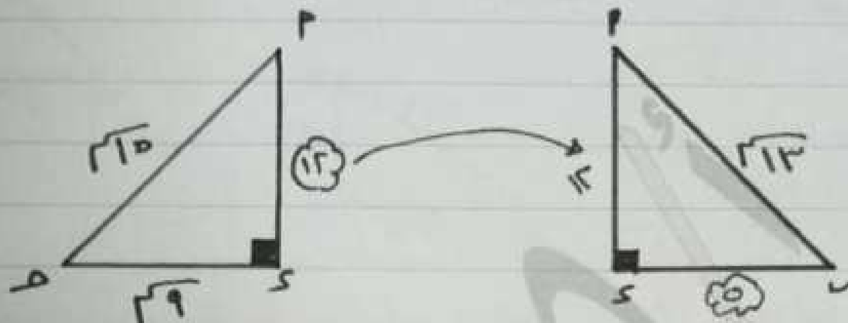


$\overline{أد} \perp \overline{بجـ}$ ، أب = ١٣ سم ، أجـ = ١٥ سم

أوجد فى أبسط صورة قيمة

$$\frac{ظا(جـ \hat{أ} د) + ظا(ب \hat{أ} د)}{ظا(جـ \hat{أ} د) - ظا(ب \hat{أ} د)}$$

الحل



أولاً فى △ أدجـ ∵ △ أدجـ قائم الزاوية فى د ∴ أد = $\sqrt{(١٥)^٢ - (٩)^٢}$ = ١٢ سم

∴ ظا(جـ $\hat{أ}$ د) = $\frac{١٢}{٩}$

ثانياً فى △ أبد ∵ △ أبد قائم الزاوية فى د ∴ بد = $\sqrt{(١٣)^٢ - (١٢)^٢}$ = ٥ سم

∴ ظا(ب $\hat{أ}$ د) = $\frac{١٢}{٥}$

∴ المقدار = $\frac{ظا(جـ \hat{أ} د) + ظا(ب \hat{أ} د)}{ظا(جـ \hat{أ} د) - ظا(ب \hat{أ} د)} = \frac{\frac{١٢}{٩} + \frac{١٢}{٥}}{\frac{١٢}{٩} - \frac{١٢}{٥}} = \frac{\frac{١٠٨ + ٦٠}{٤٥}}{\frac{٦٠ - ١٠٨}{٤٥}} = \frac{١٦٨}{-٤٨} = \frac{-٧}{٢}$

(هـ) أوجد قيمة س إذا كانت جاس = جا٦٠° جتا٣٠° - جتا٦٠° جا٣٠° حيث س زاوية حادة

الحل

جاس = $\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} - \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$

جاس = $\frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

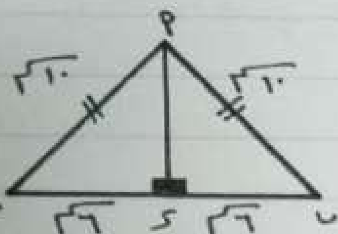
∵ جاس = $\frac{١}{٢}$ ∴ س = ٣٠° #

☎/٠١١٤٣٣٣٤١٥٧
☎/٠١٠٦١٢٣٣١٦٦

س٣ السؤال الثالث

(أ) أ ب جـ مثلث فيه أ ب = أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ١٢ سم ، أ د ⊥ ب جـ وتلقاهافى د أثبت أن أولاً : جا ب + جتا جـ = ١,٤
ثانياً : جا² جـ + جتا² جـ = ١

الحل



∴ أ ب = أ جـ = ١٠سم ، أ د ⊥ ب جـ

∴ أ د ينصف ب جـ

∴ ب د = د جـ = ٦ سم

∵ في △ أ ب د :

∵ △ أ ب د قائم في د

∴ أ د = $\sqrt{(10)^2 - (6)^2}$ = ٨ سم

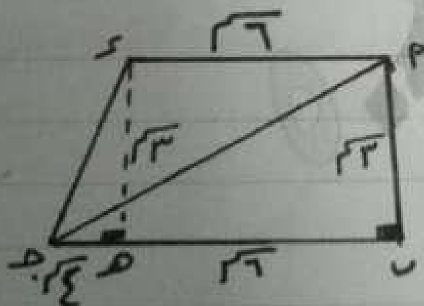
∴ جا ب = جا جـ = $\frac{8}{10}$ ، جتا ب = جتا جـ = $\frac{6}{10}$

أولاً : الأيمن = جا ب + جتا جـ = $\frac{8}{10} + \frac{6}{10} = \frac{14}{10}$ = ١,٤ الأيسر

ثانياً : الأيمن = جا² جـ + جتا² جـ = $(\frac{8}{10})^2 + (\frac{6}{10})^2 = \frac{36}{100} + \frac{64}{100}$ = ١ #

(ب) أ ب جـ د شبه منحرف فيه أ د // ب جـ ، ق(∠ب) = ٩٠° اذا كان أ ب = ٣سم ، أ د = ٦سم ، ب جـ = ١٠سم إثبت أن : جتا(∠د جـ ب) − ظا(∠أ جـ ب) = $\frac{1}{2}$

الحل

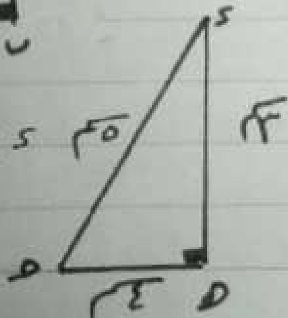


العمل نرسم د هـ ⊥ ب جـ

∴ الشكل أ ب هـ د مستطيل فيه أ ب = د هـ = ٣سم

، أ د = ب هـ = ٦سم

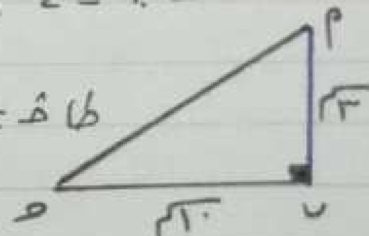
∴ هـ جـ = ٤سم



د جـ = $\sqrt{(3)^2 + (4)^2}$

= ٥سم

∴ جتا جـ = $\frac{4}{5}$



ظا جـ = $\frac{3}{10}$

∴ الأيمن = جتا(جـ) − ظا جـ = $\frac{4}{5} - \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ #

حل السؤال الرابع :-

④ إثبت أن ظا ٦٠ = $\frac{٢ ظا ٣٠}{١ - ظا^٢ ٣٠}$

الحل

الأيمن = ظا ٦٠ = $\sqrt{٣}$

الأيسر = $\frac{٢ ظا ٣٠}{١ - ظا^٢ ٣٠} = \frac{٢ \times \frac{\sqrt{٣}}{٣}}{١ - (\frac{\sqrt{٣}}{٣})^٢} = \frac{\frac{٢\sqrt{٣}}{٣}}{١ - \frac{٣}{٩}}$

$= \frac{\frac{٢\sqrt{٣}}{٣}}{\frac{٦}{٩}} = \sqrt{٣}$

∴ الأيمن = الأيسر #

هام جداً جداً

ⓑ أ ب جـ د متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى هـ حيث أ(٣ ، -١) ، ب(٦ ، ٢) ، جـ(١ ، ٧) أوجد أولاً : إحداثى هـ ، د
ثانياً : طول هـ د
ثالثاً معادلة $\overleftrightarrow{أ ب}$

الحل

أولاً

∵ هـ نقطة تقاطع القطرين

∴ هـ منتصف $\overline{أ جـ}$ = $(\frac{٣ + ١}{٢} ، \frac{-١ + ٧}{٢}) = (\frac{٤}{٢} ، \frac{٦}{٢}) = (٢ ، ٣)$ #

∵ الشكل متوازى

∴ القطران ينصف كلاً منهما الآخر

∴ منتصف $\overline{أ جـ}$ = منتصف $\overline{ب د}$ بفرض أن د(س ، ص)

∴ $(\frac{٣ + ١}{٢} ، \frac{-١ + ٧}{٢}) = (\frac{٦ + س}{٢} ، \frac{٢ + ص}{٢})$

$(\frac{٤}{٢} ، \frac{٦}{٢}) = (\frac{٦ + س}{٢} ، \frac{٢ + ص}{٢})$

∴ $\frac{٤}{٢} = \frac{٦ + س}{٢}$ | ∴ $\frac{٦}{٢} = \frac{٢ + ص}{٢}$

∴ ٦ + س = ٤ | ∴ ص + ٢ = ٦

س = ٤ - ٦ | ص = ٤

س = -٢

∴ احداثى د(-٢ ، ٤) #

ثانياً طول دهـ   د(-٢، -١)   هـ(٢، ٣)

$\therefore$ دهـ = $\sqrt{(-٢-٢)^٢ + (-١-٣)^٢} = \sqrt{١٦+١٦} = ٤\sqrt{٢}$

ثالثاً معادلة م $\overleftrightarrow{ب جـ}$ أ(٣، -١)، ب(٦، ٢)

الميل = $\frac{٢+١}{٦-٣} = \frac{٣}{٣} = ١$

النقطة (٦، ٢)
الميل = ١

$\frac{ص - ٢}{س - ٦} = \frac{١}{١}$

ص - ٢ = س - ٦

ص = س - ٦ + ٢ ⟸ ص = س - ٤ #

$\therefore$ م = ١ ، جـ = ٤ في الاتجاه السالب #

(ج) أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته

(١) $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$ ومساحة المثلث المحصور بالمستقيم مع المتجاهين س = ٠، ص = ٠

الحل

$\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$ (×٦) ⟸ $\frac{٦س}{٢} + \frac{٦ص}{٣} = ٦$

٣س + ٢ص = ٦ ⟸ $\therefore$ م = $\frac{-معامل س}{معامل ص} = \frac{-٣}{٢}$ #

$\therefore$ جـ = $\left|\frac{٦}{٢}\right|$ = ٣ #

م∆ = $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ٣ = ٣ وحدة مربعة #

---

(٢) ٣س + ٢ص = ٢٤ وكذلك مساحة المحدد بالمستقيمين س = ٠، ص = ٠ والمستقيم.

الحل

م = $\frac{-معامل س}{معامل ص} = \frac{-٣}{٢}$ ، جـ = $\left|\frac{٢٤}{٢}\right|$ = ١٢

$\therefore$ ٣س + ٢ص = ٢٤ (÷٢٤) ⟸ $\frac{٣س}{٢٤} + \frac{٢ص}{٢٤} = ١$

$\frac{س}{٨} + \frac{ص}{١٢} = ١$ ⟸ $\therefore$ م∆ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٢ = ٤٨ وحدة مربعة #

☎/٠١١٤٣٣٣٤١٥٧
☎/٠١٠٦١٢٣٣١٦٦

④ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٦) وبمنتصف $\overline{أب}$ حيث أ(١، -٢)، ب(٣، -٤) هام جداً

الحل

أولاً: منتصف $\overline{أب}$ = $\left(\frac{١+٣}{٢} ، \frac{-٢-٤}{٢}\right) = \left(\frac{٤}{٢} ، \frac{-٦}{٢}\right)$ = (٢، -٣)

ثانياً: معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١، ٦)، (٢، -٣)

الميل = $\frac{-٣-٦}{٢-١} = \frac{-٩}{١}$

النقطة (١، ٦)

الميل = $\frac{-٩}{١}$

$\frac{ص-٦}{س-١} = \frac{-٩}{١}$ ⟸ ص - ٦ = -٩س + ٩

ص = -٩س + ٩ + ٦ ⟸ ص = -٩س + ١٥ #

∴ م = -٩ ، جـ = ١٥ في الاتجاه الموجب #

---

⑤ أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٣، ٤) وعمودي على المستقيم ٥س - ٢ص + ٧ = ٠

الحل

∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{-٥}{-٢} = \frac{٥}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب م = $\frac{-٢}{٥}$

النقطة (٣، ٤)

م = $\frac{-٢}{٥}$

$\frac{ص-٤}{س-٣} = \frac{-٢}{٥}$

٥ص - ٢٠ = -٢س + ٦

٥ص = -٢س + ٦ + ٢٠

٥ص = -٢س + ٢٦ (÷ ٥)

ص = $\frac{-٢}{٥}$س + $\frac{٢٦}{٥}$

∴ م = $\frac{-٢}{٥}$ ، جـ = $\frac{٢٦}{٥}$ في الاتجاه الموجب

أ/ هشام الحده
مع سلسلة التميز

☎/ ٠١١٤٣٣٣٤١٥٧
☎/ ٠١٠٦١٢٣٢١٦٦

السؤال الخامس :-

هام جداً

③ مستقيم ميله = $\frac{1}{2}$ ويقطع جزءاً موجباً من محور الصادات طوله وحدتين
أوجد ① معادلة المستقيم ② نقطة تقاطعه مع محور السينات

الحل

① نقطة التقاطع مع الصادات = (٠ ، ٢) الميل = $\frac{1}{2}$

م = $\frac{1}{2}$ ، جـ = ٢

النقطة = (٠ ، ٢)
م = $\frac{1}{2}$

$\frac{\text{ص} - ٢}{\text{س} - ٠} = \frac{1}{2}$

٢ص − ٤ = س

٢ص = س + ٤ (÷٢)

ص = $\frac{1}{2}$ س + ٢ #

② التقاطع مع السينات ∴ ص = ٠

٠ = $\frac{1}{2}$ س + ٢

$\frac{1}{2}$ س + ٢ = ٠

$\frac{1}{2}$ س = −٢ (÷ $\frac{1}{2}$) ⟸ س = −٤

∴ نقطة التقاطع مع السينات هى (−٤ ، ٠) #

④ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (−٣ ، ٢)

الحل

م = $\frac{٢ - ٣}{-٣ - ٢} = \frac{-١}{-٥} = \frac{1}{5}$

النقطة (٢ ، ٣)
الميل = $\frac{1}{5}$

$\frac{\text{ص} - ٣}{\text{س} - ٢} = \frac{1}{5}$

٥ص − ١٥ = س − ٢

٥ص = س − ٢ + ١٥

٥ص = س + ١٣ (÷٥)

ص = $\frac{1}{5}$ س + $\frac{13}{5}$

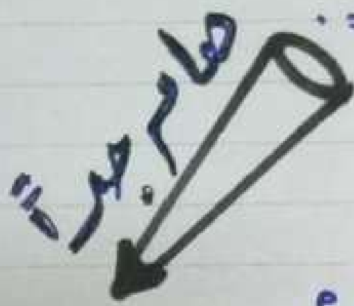
∴ م = $\frac{1}{5}$ ، جـ = $\frac{13}{5}$ فى الاتجاه الموجب

(جـ) اذا كانت معادلتا المستقيمين $ل_١$ ، $ل_٢$ هما على الترتيب :
٢ س − ٣ ص + م = ٠ ، ٣ س + ب ص − ٦ = ٠

اولاً : أوجد قيمة ب التي تجعل $ل_١$ ، $ل_٢$ متوازيين

ثانياً : أوجد قيمة ب التي تجعل $ل_١$ ، $ل_٢$ متعامدين

ثالثاً : اذا كانت (١ ، ٣) تقع على المستقيم $ل_١$ احسب قيمة م



الحل

$م_١ = \frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٢}{-٣} = \frac{٢}{٣}$ $م_٢ = \frac{-٣}{ب}$

اولاً : ∵ $ل_١$ // $ل_٢$ متوازيان
∴ $م_١ = م_٢$
$\frac{٢}{٣} = \frac{-٣}{ب}$
٢ب = −٩ (÷ ٢)
$ب = -\frac{٩}{٢}$

ثانياً : ∵ $ل_١ \perp ل_٢$ متعامدين
∴ $م_١ \times م_٢ = -١$
$\frac{٢}{٣} \times \frac{-٣}{ب} = -١$
$\frac{-٦}{٣ب} = \frac{-١}{١}$
−٣ب = −٦ (÷ −٣)
ب = ٢ #

ثالثاً : ∵ (١ ، ٣) ∈ $ل_١$ ٢ س − ٣ ص + م = ٠
∴ س = ١ ٢ × ١ − ٣ × ٣ + م = ٠
ص = ٣ ٢ − ٩ + م = ٠
−٧ + م = ٠
م = ٧ #

(د) إثبت أن جا ٦٠ = ٢ جا ٣٠ جتا ٣٠

الحل

الأيمن = جا ٦٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

الأيسر = ٢ × جا ٣٠ × جتا ٣٠
= $٢ \times \frac{١}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ الأيمن = الأيسر #

ⓗ إثبت أن المثلث أ ب ج حيث أ (١، -٢)، ب (-٤، ٢)، ج (١، ٦) متساوى الساقين

الحل

بالبعد

أ ب = √((١+٤)^٢ + (-٢-٢)^٢) = √(٢٥+١٦) = √٤١ وحدة طول

ب ج = √((-٤-١)^٢ + (٢-٦)^٢) = √(٢٥+١٦) = √٤١ وحدة طول

أ ج = √((١-١)^٢ + (-٢-٦)^٢) = √(٠+٦٤) = √٦٤ = ٨ وحدة طول

∵ أ ب = ب ج ≠ أ ج ∴ Δ أ ب ج متساوى الساقين ⋇

ⓞ إثبت أن النقط أ (١، ٤)، ب (-١، -٢)، ج (٢، -٣) هى رؤوس مثلث قائم الزاوية فى ب ثم أوجد مساحته.

الحل

بالبعد علشان لا يوجد به مجهول

أ ب = √((١+١)^٢ + (٤+٢)^٢) = √(٤+٣٦) = √٤٠ وحدة طول

ب ج = √((-١-٢)^٢ + (-٢+٣)^٢) = √(٩+١) = √١٠ وحدة طول

أ ج = √((١-٢)^٢ + (٤+٣)^٢) = √(١+٤٩) = √٥٠ وحدة طول

∵ (أ ج)^٢ = (√٥٠)^٢ = ٥٠

∵ (أ ب)^٢ = (√٤٠)^٢ = ٤٠ } + ٥٠

∵ (ب ج)^٢ = (√١٠)^٢ = ١٠

∴ (أ ج)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب ج)^٢ ∴ Δ أ ب ج قائم الزاوية فى ب ⋇

∵ م Δ أ ب ج = ½ القاعدة × الارتفاع

= ½ × √١٠ × √٤٠ = ١٠ وحدة مربعة ⋇

ⓩ أوجد ميل المستقيم ٣س - ٣ص + ٥ = ٠، ثم أوجد قياس الزاوية

الحل

م = -٣ / -٣ = ١ ⟸ ظا هـ = ١ ⟸ هـ = ٤٥° ⋇

☎/٠١١٤٣٣٣٤١٥٧
☎/٠١٠٦١٢٣٢١٦٦

س٦ السؤال السادس

(أ) أوجد قيمة م إذا كان البعد بين النقطتين (م، ٧)، (-٢، ٣) يساوي ٥

الحل

∵ البعد = ٥

∴ √((م+٢)² + (٧-٣)²) = ٥

∴ √((م+٢)² + ١٦) = ٥ بتربيع الطرفين

∴ (م+٢)² + ١٦ = ٢٥

∴ (م+٢)² = ٢٥ - ١٦

(م+٢)² = ٩

م + ٢ = ±√٩ = ±٣

إما: م + ٢ = ٣ ، م = ٣ - ٢ ، م = ١

أو: م + ٢ = -٣ ، م = -٣ - ٢ ، م = -٥

∴ قيمة م = ١ أو -٥

(ب) إذا كانت م(س، ٣)، ب(٣، ٢)، جـ(٥، ١) وكانت م ب = ب جـ أوجد قيمة س

الحل

∵ م ب = ب جـ

∴ م ب = √((س-٣)² + (٣-٢)²) = √((س-٣)² + ١)

∴ ب جـ = √((٣-٥)² + (٢-١)²) = √(٤+١) = √٥

∴ √((س-٣)² + ١) = √٥ بتربيع الطرفين

(س-٣)² + ١ = ٥

(س-٣)² = ٤ ⟸ س - ٣ = ±√٤ = ±٢

س - ٣ = ٢ ، س = ٢ + ٣ ، س = ٥

س - ٣ = -٢ ، س = -٢ + ٣ ، س = ١

⑧ مثل بيانياً في مستوى إحداثي متعامد النقط: أ(٢ ، ٣) ، ب(−١ ، −١) ، جـ(٣ ، −٤) ، د(٦ ، ٠) ثم أثبت أن النقط رؤوس مربع ثم أوجد مساحته.

الحل

التمثيل البياني أجب بنفسك

بالبعد

أب $= \sqrt{(٢+١)^٢+(٣+١)^٢} = \sqrt{٩+١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ و.ط

بجـ $= \sqrt{(-١-٣)^٢+(-١+٤)^٢} = \sqrt{١٦+٩} = \sqrt{٢٥} = ٥$ و.ط

جـد $= \sqrt{(٣-٦)^٢+(-٤-٠)^٢} = \sqrt{٩+١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ و.ط

أد $= \sqrt{(٢-٦)^٢+(٣-٠)^٢} = \sqrt{١٦+٩} = \sqrt{٢٥} = ٥$ و.ط

∵ أب = بجـ = جـد = أد ∴ الشكل معين

لإثبات أنه مربع نوجد القطرين

أجـ $= \sqrt{(٢-٣)^٢+(٣+٤)^٢} = \sqrt{١+٤٩} = \sqrt{٥٠}$

بد $= \sqrt{(-١-٦)^٢+(-١-٠)^٢} = \sqrt{٤٩+١} = \sqrt{٥٠}$

∵ الشكل معين والقطران متساويان ∴ الشكل مربع ✱

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

$= ٥ \times ٥ = ٢٥$ وحدة مربعة ✱

⑨ إذا كان أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه أ(١ ، ٤) ، ب(−١ ، −٤) أوجد ميل $\overleftrightarrow{بجـ}$.

الحل

∵ △أبجـ قائم الزاوية في ب

∴ $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{بجـ}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{-٤-٤}{-١-١} = \frac{-٨}{-٢} = ٤$

∴ ميل $\overleftrightarrow{بجـ} = \frac{-١}{٤}$

☎/٠١١٤٣٣٣٤١٥٧
☎/٠١٠٦١٢٣٣١٦٦

س٧ السؤال السابع :-

(أ) إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ // محور السينات حيث أ(٨، ٣) ، ب(٢، ك) أوجد قيمة ك

الحل

∵ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ // السينات ∴ ص١ = ص٢ ⇐ ٣ = ك ⇐ ك = ٣

(ب) إذا كان $\overleftrightarrow{\text{جد}}$ يوازى محور الصادات حيث جـ(م، ٤) ، د(-٥، ٧) أوجد قيمة م

الحل

∵ $\overleftrightarrow{\text{جد}}$ // الصادات ∴ س١ = س٢ ⇐ م = -٥

(جـ) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (أ، ٠) ، (٠، ٣) والمستقيم الذى يصنع زاوية قياسها ٣٠° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات متعامدين أوجد قيمة أ.

الحل

م١ = $\frac{٣ - ٠}{٠ - أ}$ = $\frac{٣}{-أ}$ ، م٢ = ظاهـ = ظا٣٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

∵ المستقيمان متعامدان

∴ م١ × م٢ = -١

$\frac{٣}{-أ}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ = -١ ⇐ $\frac{٣\sqrt{٣}}{-٣أ}$ = $\frac{-١}{١}$

-٣أ = -٣√٣ (÷ -٣) ⇐ أ = √٣ #

(د) إثبت أن المستقيم المار بالنقطتين أ(-٣، ٤) ، جـ(-٣، -٢) عمودى على المستقيم المار بالنقطتين ب(١، ٢) ، د(-٣، ٢)

الحل

م١ = $\frac{-٢ - ٤}{-٣ + ٣}$ = $\frac{-٦}{٠}$ // محور الصادات ، م٢ = $\frac{٢ - ٢}{-٣ - ١}$ = $\frac{صفر}{-٤}$ = صفر // محور السينات

∴ ل١ // الصادات ، ل٢ // السينات

∴ ل١ ⊥ ل٢ والمستقيمان متعامدان

☎/٠١١٤٣٣٣٤١٥٧
☎/٠١٠٦١٢٣٢١٦٦

⑤ إثبت أن النقط أ (١ ، ٤) ، ب (٣ ، -٢) ، جـ (-٣ ، ١٦) تقع على استقامة واحدة

بالميل

الحل

$م_١ = \frac{-٢-٤}{٣-١} = \frac{-٦}{٢} = -٣$ ، $م_٢ = \frac{١٦+٢}{-٣-٣} = \frac{١٨}{-٦} = -٣$

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{بجـ}$ ∴ النقط تقع على استقامة واحدة #

---

⑥ إذا كانت النقط (٠ ، ١) ، (م ، ٣) ، (٢ ، ٥) تقع على استقامة واحدة أوجد قيمة م

الحل

أولاً نرتب أ (٠ ، ١) ، جـ (٢ ، ٥) ، ب (م ، ٣)

∵ النقاط على استقامة واحدة

∴ ميل $\overleftrightarrow{أجـ}$ = ميل $\overleftrightarrow{بجـ}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{أجـ} = \frac{٥-١}{٢-٠} = \frac{٤}{٢} = ٢$

∴ ميل $\overleftrightarrow{بجـ} = \frac{٣-٥}{م-٢} = \frac{-٢}{م-٢}$

∴ $\frac{٢}{١} = \frac{-٢}{م-٢}$

$٢م - ٤ = -٢ \Leftarrow ٢م = -٢ + ٤ = ٢$ ÷٢ (م = ١)

---

⑦ إثبت باستخدام الميل أن النقط أ (-١ ، ٣) ، ب (٥ ، ١) ، جـ (٦ ، ٤) ، د (٠ ، ٦) هي رؤوس مستطيل

الحل

ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{١-٣}{٥+١} = \frac{-٢}{٦} = \frac{-١}{٣}$ ، ميل $\overleftrightarrow{بجـ} = \frac{٤-١}{٦-٥} = \frac{٣}{١}$

ميل $\overleftrightarrow{جـد} = \frac{٦-٤}{٠-٦} = \frac{٢}{-٦} = \frac{-١}{٣}$ ، ميل $\overleftrightarrow{أد} = \frac{٦-٣}{٠+١} = \frac{٣}{١}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ × ميل $\overleftrightarrow{بجـ} = \frac{-١}{٣} \times \frac{٣}{١} = \frac{-٣}{٣} = -١$ ∴ $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{بجـ}$

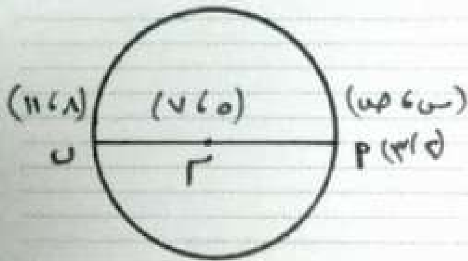
∵ ميل $\overleftrightarrow{جـد}$ × ميل $\overleftrightarrow{بجـ} = \frac{-١}{٣} \times \frac{٣}{١} = \frac{-٣}{٣} = -١$ ∴ $\overleftrightarrow{جـد} \perp \overleftrightarrow{بجـ}$

∵ الشكل زواياه قوائم ∴ الشكل مستطيل #

س الـسؤال الثامن

① $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م مركزها م اذا كانت ب = (٨ ، ١١) ، م = (٥ ، ٧)
أوجد أولاً: إحداثي أ   ثانياً: طول نصف قطر الدائرة م
ثالثاً: محيط الدائرة   رابعاً: معادلة المستقيم العمودي على $\overline{أب}$ من نقطة ب

الحل



∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م
∴ م منتصف $\overline{أب}$

∴ $(٥ ، ٧) = \left(\frac{س + ٨}{٢} ، \frac{ص + ١١}{٢}\right)$

$\frac{س + ٨}{٢} = \frac{٥}{١}$ | $\frac{ص + ١١}{٢} = ٧$
س + ٨ = ١٠ | ص + ١١ = ١٤
س = ١٠ − ٨ | ص = ١٤ − ١١
س = ٢ | ص = ٣

① ∴ إحداثي أ = (٢ ، ٣)

نق = أم = بم ← بالبعد

نق = بم = $\sqrt{(٥ - ٨)^٢ + (٧ - ١١)^٢} = \sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة طول

محيط الدائرة = ٢ ط نق = ٢ × ط × ٥ = ١٠ ط وحدة طول

معادلة العمودي على $\overline{أب}$ من ب

الميل العمودي على $\overline{أب}$

ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{١١ - ٣}{٨ - ٢} = \frac{٨}{٦} = \frac{٤}{٣}$

النقطة ب
∴ م العمودي = $\frac{-٣}{٤}$

النقطة (٨ ، ١١)
الميل = $\frac{-٣}{٤}$

$\frac{ص - ١١}{س - ٨} = \frac{-٣}{٤}$

٤ ص − ٤٤ = −٣ س + ٢٤

٤ ص = −٣ س + ٢٤ + ٤٤

٤ ص = −٣ س + ٦٨ (÷ ٤)

ص = $\frac{-٣}{٤}$ س + $\frac{٦٨}{٤}$ ⟸ ص = $\frac{-٣}{٤}$ س + ١٧

② إذا كانت جـ منتصف $\overline{أب}$ حيث أ(س ، -٦) ، ب(٩ ، -١١) ، جـ(-٣ ، ص) أوجد قيمة س ، ص .

الحل

∵ جـ منتصف $\overline{أب}$

∴ (-٣ ، ص) = $\left(\frac{س+٩}{٢} ، \frac{-٦-١١}{٢}\right)$

$\frac{-٣}{١} = \frac{س+٩}{٢}$ ، ص = $\frac{-١٧}{٢}$ #

س + ٩ = -٨

س = -٨ - ٩

س = -١٧ #

③ إذا كانت أ(١ ، -٦) ، ب(٩ ، ٢) أوجد إحداثيات النقط التي تقسم $\overline{أب}$ إلى أربعة أجزاء متساوية في الطول .

الحل



أولاً جـ منتصف $\overline{أب}$ = $\left(\frac{١+٩}{٢} ، \frac{-٦+٢}{٢}\right) = \left(\frac{١٠}{٢} ، \frac{-٤}{٢}\right)$ = (٥ ، -٢)

ثانياً ء منتصف $\overline{أجـ}$ = $\left(\frac{١+٥}{٢} ، \frac{-٦-٢}{٢}\right) = \left(\frac{٦}{٢} ، \frac{-٨}{٢}\right)$ = (٣ ، -٤)

ثالثاً هـ منتصف $\overline{جـب}$ = $\left(\frac{٥+٩}{٢} ، \frac{-٢+٢}{٢}\right) = \left(\frac{١٤}{٢} ، \frac{٠}{٢}\right)$ = (٧ ، ٠)

∴ إحداثيات النقط هي (٥ ، -٢) ، (٣ ، -٤) ، (٧ ، ٠)

④ أوجد ميل المستقيم $\frac{ص-١}{س} = \frac{١}{٣}$ والجزء المقطوع من الصادات

الحل

٣ص - ٣ = س

٣ص = س + ٣ (÷٣)

ص = $\frac{١}{٣}$ س + ١ #

∴ م = $\frac{١}{٣}$

∴ جـ = ١ في الاتجاه الموجب

⑤ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، -٥) ويوازي المستقيم
س + ٢ص - ٧ = ٠

الحل

∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{-١}{٢}$ ∴ م // ل = $\frac{-١}{٢}$

النقطة (٣ ، -٥)
م = $\frac{-١}{٢}$

$\frac{ص + ٥}{س - ٣} = \frac{-١}{٢}$

٢ص + ١٠ = -س + ٣

٢ص = -س + ٣ - ١٠

٢ص = -س - ٧ (÷٢)

ص = $\frac{-١}{٢}$ س - $\frac{٧}{٢}$

∴ م = $\frac{-١}{٢}$

∴ جـ = $\frac{٧}{٢}$ في الاتجاه السالب

---

⑥ أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة أ ونقطة منتصف بجـ
حيث أ (٥ ، -٦) ، ب (٣ ، ٧) ، جـ (١ ، -٣)

الحل

أولاً منتصف بجـ = $\left(\frac{٣ + ١}{٢} ، \frac{٧ - ٣}{٢}\right) = \left(\frac{٤}{٢} ، \frac{٤}{٢}\right) = (٢ ، ٢)$

ثانياً معادلة المستقيم المار بالنقطتين أ (٥ ، -٦) ، (٢ ، ٢)

الميل = $\frac{٢ + ٦}{٢ - ٥} = \frac{٨}{-٣} = \frac{-٨}{٣}$

النقطة (٢ ، ٢)
الميل = $\frac{-٨}{٣}$

$\frac{ص - ٢}{س - ٢} = \frac{-٨}{٣}$

٣ص - ٦ = -٨س + ١٦

٣ص = -٨س + ١٦ + ٦

٣ص = -٨س + ٢٢ (÷٣)

ص = $\frac{-٨}{٣}$ س + $\frac{٢٢}{٣}$

∴ م = $\frac{-٨}{٣}$ ، جـ = $\frac{٢٢}{٣}$ في الاتجاه الموجب

س٩: السؤال التاسع:

① المستقيم الذي معادلته ٢س − ٣ص − ٦ = ٠ يقطع من محور الصادات جزءاً طوله = ...

جـ = | الحد المطلق / معامل ص | = | −٦ / −٣ | = ٢

② إذا كان المستقيمان ٣س − ٤ص − ٣ = ٠ ، ك ص + ٤س − ٨ = ٠ متعامدين فإن ك = ...

م١ = −٣ / −٤ = ٣/٤ ، م٢ = −٤/ك ⟸ (ك = ٣)

③ إذا كان المستقيمان س + ص = ٥ ، ك س + ٥ص = ٠ متوازيين فإن ك = ...

م١ = −١/١ ، م٢ = −ك/٥ ∵ المستقيمان متوازيان

∴ م١ = م٢

−١/١ = −ك/٥ ⟸ −ك = −٥ ⟸ (ك = ٥)

④ مساحة المثلث بالوحدات المربعة المحدد بالمستقيمات ٣س − ٤ص = ١٢ ، س = ٠ ، ص = ٠ يساوي ...

٣س − ٤ص = ١٢ (÷١٢) ⟸ ٣س/١٢ − ٤ص/١٢ = ١

س/٤ − ص/٣ = ١ ⟸ ∴ م Δ = ½ × ٤ × ٣ = ٦ وحدة مربعة #

⑤ أوجد معادلة الخط المستقيم العمودي على أب من نقطة منتصفها

أ(١ ، ٣) ، ب(٣ ، ٥)

الحل

معنى العمودي على أب ∴ الميل هو ميل ⊥ على أب

معنى من نقطة منتصف أب ∴ النقطة منتصف أب

∴ المنتصف = ((١+٣)/٢ ، (٣+٥)/٢) = (٢ ، ٤)

∴ ميل أب = (٥ − ٣)/(٣ − ١) = ٢/٢ = ١ ∴ م ⊥ = −١/١

النقطة = (٢ ، ٤) = −١/١

(ص − ٤)/(س − ٢) = −١/١

ص − ٤ = −س + ٢

ص = −س + ٢ + ٤

(ص = −س + ٦)

⑥ أوجد معادلة محور تماثل $\overline{أب}$ حيث أ (١، ٣)، ب (٣، ٥)

الحل

نفس الفكرة السابقة « منصف عمودي »

النقطة = منتصف $\overline{أب}$ = $(\frac{١+٣}{٢}، \frac{٣+٥}{٢})$ = (٢، ٤)

الميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٥-٣}{٣-١} = \frac{٢}{٢} = ١$ ∴ م ⊥ = −١

النقطة (٢، ٤)
م = −١

$\frac{ص-٤}{س-٢} = \frac{-١}{١}$

ص − ٤ = −س + ٢

ص = −س + ٢ + ٤

ص = −س + ٦ #

∴ م = −١
جـ = ٦ في الاتجاه الموجب

---

⑦ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٤، ٢)، (−٢، −١) ثم أثبت أنه يمر بالنقطة بالأصل

الحل

الميل = $\frac{-١-٢}{-٢-٤} = \frac{-٣}{-٦} = \frac{١}{٢}$

النقطة (٤، ٢)
م = $\frac{١}{٢}$

$\frac{ص-٢}{س-٤} = \frac{١}{٢}$

٢ص − ٤ = س − ٤

٢ص = س − ٤ + ٤

٢ص = س (÷٢)

ص = $\frac{١}{٢}$ س #

∴ م = $\frac{١}{٢}$
∴ جـ = ٠ ∴ المستقيم يمر بنقطة الأصل

---

⑧ أوجد معادلة المستقيم الذي يقطع من محوري الاحداثيات السيني والصادي جزئين موجبين طوليهما ٤، ٩ على الترتيب ثم أوجد مساحة المثلث المحدد بالمستقيم مع محوري الاحداثيات

الحل

التقاطع مع السيني ∴ ص = ٠ ∴ النقطة (٤، ٠)

التقاطع مع الصادي ∴ س = ٠ ∴ النقطة (٠، ٩)

الميل = $\frac{٩-٠}{٠-٤} = \frac{٩}{-٤} = \frac{-٩}{٤}$

النقطة (٠،٩)
م = $\frac{-٩}{٤}$

$\frac{ص-٩}{س-٠} = \frac{-٩}{٤}$

٤ص - ٣٦ = -٩س

٤ص = -٩س + ٣٦ (÷٤)

ص = $\frac{-٩}{٤}$س + ٩ #

∴ م = $\frac{-٩}{٤}$ جـ = ٩ في الاتجاه الموجب #

م = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٩ = ١٨ وحدة مربعة #

---

⑨ إثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٢،٣)، (٠،٠) يوازي المستقيم المار بالنقطتين (-١،٤)، (١،٧)

الحل

∵ م١ = $\frac{٠-٣}{٠-٢} = \frac{-٣}{-٢} = \frac{٣}{٢}$ ، ∵ م٢ = $\frac{٧-٤}{١+١} = \frac{٣}{٢}$

∵ م١ = م٢ ∴ ل١ // ل٢ والمستقيمان متوازيان

---

⑩ إثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٢، -١)، (٦، ٣) يوازي المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٤٥°

الحل

م١ = $\frac{٣+١}{٦-٢} = \frac{٤}{٤} = ١$ ، م٢ = طا ٤٥ = ١

∵ م١ = م٢

∴ ل١ // ل٢ والمستقيمان متوازيان #

---

⑪ إثبت أن الخط المستقيم المار بالنقطتين (٤، ٣√٣)، (٥، ٢√٣) عمودي على المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٣٠°

الحل

م١ = $\frac{٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣}}{٥-٤} = \frac{-\sqrt{٣}}{١}$ ، م٢ = طا ٣٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

∵ م١ × م٢ = $\frac{-\sqrt{٣}}{١} \times \frac{\sqrt{٣}}{٣} = \frac{-٣}{٣} = -١$

∴ ل١ ⊥ ل٢ والمستقيمان متعامدان #

حل السؤال العاشر

① في الشكل المقابل :-

ق(∠جـ) = ٤٠° ، أ جـ = ١٢ سم

أ) أوجد لأقرب رقم عشري واحد طول أ ب

ب) طول ب جـ ، مساحة △ أ ب جـ

الحل

جا جـ = المقابل / الوتر ، جتا جـ = المجاور / الوتر

جا ٤٠ / ١ = أ ب / ١٢ ، جتا ٤٠ = ب جـ / ١٢

∴ أ ب = ١٢ جا ٤٠ = ٧,٧ سم

∴ ب جـ = ١٢ جتا ٤٠ = ٩,٢ سم

م △ = ½ القاعدة × الارتفاع = ½ × ٧,٧ × ٩,٢ = ٣٥,٤٢ سم² #

② في الشكل المقابل :- سهلة جداً

أ ب جـ د مستطيل فيه أ ب = ١٥ سم

، أ جـ = ٢٥ سم أوجد :-

أ- ق(∠أ جـ ب)

ب- مساحة سطح المستطيل أ ب جـ د.

الحل

في المثلث أ ب جـ جا جـ = المقابل / الوتر = ١٥ / ٢٥ = ٣ / ٥ ، Shift Sin 3/5 =

∴ ق(∠أ جـ ب) = ٣٦° ٥٢ َ ١٢ ً

∴ ب جـ = √((٢٥)² − (١٥)²) = √(٦٢٥ − ٢٢٥) = √٤٠٠ = ٢٠ سم

∴ مساحة المستطيل = الطول × العرض

= ١٥ × ٢٠ = ٣٠٠ سم² #